Études de fonctions

Exercice 1:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x + 3$$

1. Déterminer les variations de la fonction f .
2. Montrer que pour tout réel x non-nul, $f(x) = x^3 \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{x} - \frac{6}{x^2} + \frac{3}{x^3} \right)$
3. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.

Exercice 2:

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = -x^3 + 5x + 1$$

1. Déterminer les variations de la fonction g .
2. Déterminer les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$.

Exercice 3:

Soit k la fonction définie par :

$$k(x) = \frac{2x - 3}{6x + 5}$$

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction k .
2. Déterminer les variations de la fonction k .
3. Montrer que pour tout réel x non-nul de son domaine de définition, $k(x) = \frac{2 - \frac{3}{x}}{6 + \frac{5}{x}}$
4. Déterminer les limites de k en $-\infty$ et $+\infty$.
5. En déduire l'équation d'une asymptote à la courbe de la fonction k .

Exercice 4:

Soit m la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$m(x) = \frac{-x - 4}{8x + 1}$$

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction m .
2. Déterminer les variations de la fonction m .
3. Déterminer les limites de m en $-\infty$ et $+\infty$.
4. En déduire l'équation d'une asymptote à la courbe de la fonction m .

Exercice 5:

Soit p la fonction définie par :

$$p(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$$

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction p .
2. Déterminer les variations de la fonction p .
3. Déterminer les limites de p en $-\infty$ et $+\infty$.
4. Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout réel x de son domaine de définition, $p(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$.
5. Déterminer les limites de $p(x) - (ax + b)$ en $-\infty$ et $+\infty$.
6. Quelle interprétation graphique peut-on donner à ce dernier résultat ?