L'essentiel du chapitre 3

Toutes les expressions du produit scalaire vues en classe :

- $\vec{u}.\vec{v} = \overline{OA} \times \overline{OH}$ où $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$ et H est le projeté orthogonal de B sur (OA).
- $\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times cos(\vec{u}, \vec{v})$
- $\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$ si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour coordonnées respectives $(x; y)$ et $(x'; y')$ dans un repère orthonormal.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2}\left[||\vec{u} + \vec{v}||^2 - ||\vec{u}||^2 - ||\vec{v}||^2\right]$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{4}\left[||\vec{u} + \vec{v}||^2 - ||\vec{u} - \vec{v}||^2\right]$

Produit scalaire et orthogonalité

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u}.\vec{v} = 0$.

Propriétés du produit scalaire

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ et tout réel k :
- $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$ On dit que le produit scalaire est symétrique.
- $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{w}) = \vec{v}.\vec{u} + \vec{v}.\vec{w}$ et $(k\,\vec{u})\,\vec{v} = k\,(\vec{u}.\vec{v})$ On dit que le produit scalaire est linéaire.

Produit scalaire et distance

Soit A et B deux points du plan tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, alors :
- $\overrightarrow{AB}^2 = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = AB^2$
- $\vec{u}^2 = \vec{u} \cdot \vec{u} = ||\vec{u}||^2$

Rappels de seconde sur les vecteurs

Dans une repère orthonormal, soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors :

- le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A; y_B - y_A)$.
- le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.
- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$