

Lignes de niveau

Exercice 1:

Soit A et B deux points du plan tel que $AB = 6$.

On se propose de chercher l'ensemble \mathcal{E}_k des points M du plan tels que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = k$

1. A l'aide du logiciel GeoGebra :
 - a. Tracer le segment $[AB]$ tel que $AB = 6$ et placer un point M dans le plan.
 - b. Entrer dans la barre de saisie :
 - $\text{Distance}[A,M]$ pour calculer la norme du vecteur \overrightarrow{AM} ;
 - $\text{Longueur}[\text{Vecteur}[A,B]+\text{Vecteur}[A,M]]$ pour calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AM}$;
 - $0,5 \cdot (c^2 - a^2 - b^2)$
 - c. Que calcule cette dernière formule ?
2. Étude pour $k = 30$.
 - a. Déplacer le point M pour que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 30$.
 - b. Démontrer qu'il existe un unique point H de la droite (AB) qui vérifie $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = 30$ et situer ce point sur (AB) .
 - c. Montrer que tout point M vérifiant $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 30$ est situé sur la perpendiculaire à (AB) passant par H .
 - d. En déduire \mathcal{E}_{30} .
3. Réaliser la même étude pour $k = -10$.

Exercice 2:

Soit A et B deux points du plan tel que $AB = 8$.

On se propose de chercher l'ensemble \mathcal{F}_k des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$

1. A l'aide du logiciel GeoGebra :
 - a. Tracer le segment $[AB]$ tel que $AB = 8$ et placer un point M dans le plan.
 - b. Placer le point O milieu du segment $[AB]$.
 - c. Entrer dans la barre de saisie :
 - $\text{Distance}[O,M]^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$
 - d. Montrer que pour tout point M ,

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MO^2 - 16$$
2. Étude pour $k = 20$.
 - a. Déplacer le point M pour que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 20$.
 - b. Montrer que tout point M vérifiant $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 20$ est situé sur le cercle de centre O et de rayon 6.
 - c. En déduire \mathcal{F}_{20} .
3. Réaliser la même étude pour $k = 0$.
4. Réaliser la même étude pour $k = -20$.

Exercice 3:

Soit A et B deux points du plan tel que $AB = 8$.

On se propose de chercher l'ensemble \mathcal{G}_k des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = k$

1. Soit I le milieu de $[AB]$ et H le projeté orthogonal du point M sur (AB) . Montrer que pour tout point M ,

$$MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{AB}$$

Aide : Décomposer \overrightarrow{MA} et \overrightarrow{MB} à l'aide du point H .

2. Représenter cette étude à l'aide du logiciel GeoGebra.
3. Déplacer le point M pour que $MA^2 - MB^2 = -12$.
4. Déterminer \mathcal{G}_{-12} .