L'essentiel du chapitre 5

Nombre dérivé d'une fonction en un point

f est une fonction définie sur un intervalle I , a et $a + h$ sont deux nombres réels de I avec $h \neq 0$. f est dérivable en a si :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = L$$

où L est un nombre réel appelé le nombre dérivée de f en a et on le note $f'(a)$.

Tangente à la courbe d'une fonction

f est une fonction définie sur un intervalle I et dérivable en un réel a de I .

Dans un repère, la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse a est la droite qui passe par A et de coefficient directeur $f'(a)$. L'équation réduite de cette tangente est

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Fonction dérivée

f est une fonction définie sur un intervalle I . Dire que f est dérivable sur I signifie que f est dérivable en tout réel de I .

La fonction dérivée de f est la fonction qui à tout réel x associe $f'(x)$. Cette fonction est notée f' .

Dérivées des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	f est dérivable sur
k (constante)	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
x^n $n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$
$\cos x$	$-\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$

Opérations et dérivées

u et v sont deux fonctions dérivables sur I .

$f(x)$	$f'(x)$
$u + v$	$u' + v'$
$k \times u$	$k \times u'$
$u \times v$	$u' \times v + u \times v'$

u et v sont deux fonctions dérivables sur I tel que $v(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$

$f(x)$	$f'(x)$
$\frac{1}{v}$	$-\frac{v'}{v^2}$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$

Conséquence :

Toute fonction polynôme est dérivable sur $\mathbb{R}$.

Toute fonction rationnelle (quotient de deux polynômes) est dérivable sur son domaine de définition.

Théorème: (admis)

Soit a et b deux réels, $a \neq 0$. f est une fonction dérivable sur un intervalle I et J est l'intervalle formé des réels x tels que $ax + b$ appartient à I . La fonction $g : x \mapsto f(ax + b)$ est dérivable sur J et

$$g'(x) = a \times f'(ax + b)$$