Dérivée des fonctions usuelles

A) fonction trinôme

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 5x + 2$.

1. Exprimer pour tout réel a ,

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

où h est un réel non-nul.

2. En déduire que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer sa fonction dérivée.

B) fonction cube

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$.

1. Développer $(a+h)^2$ et $(a+h)^3$.
2. Exprimer pour tout réel a ,

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

où h est un réel non-nul.

3. En déduire que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer sa fonction dérivée.

C) fonction inverse

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.

1. Montrer pour tout réel $a \neq 0$,

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = -\frac{1}{a(a+h)}$$

où h est un réel non-nul.

2. En déduire que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer sa fonction dérivée.

D) fonction racine carré

f est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.

1. Exprimer

$$\frac{f(0+h) - f(0)}{h}$$

où h est un réel non-nul.

2. f est-elle dérivable en 0 ?
3. Montrer pour tout réel $a > 0$,

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{1}{\sqrt{a+h} + \sqrt{a}}$$

où h est un réel non-nul.

4. En déduire que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et déterminer sa fonction dérivée.