

Introduction à la notion de nombre dérivé

A) De la vitesse moyenne à la vitesse instantanée

On a photographié à intervalles réguliers la chute d'une balle lâchée sans vitesse initiale. La durée entre deux prises de vue est constante.

1. Quelle remarque peut-on faire concernant la vitesse de cette balle lors de sa chute ?

On établit en physique que la distance parcourue par la balle à l'instant t est donnée par $d(t) = 4,9t^2$ où t est exprimé en secondes et $d(t)$ en mètres.

2. Calculer la vitesse moyenne de la balle entre les instants $t = 1$ et $t = 1,5$.

On s'intéresse à la vitesse moyenne de la balle entre deux instants de plus en plus proches

3. a. Calculer la vitesse moyenne de la balle entre les instants $t = 1$ et $t = 1 + h$ où h est un réel non-nul.
b. Compléter le tableau ci-dessous :

Valeur de h	-10^{-1}	-10^{-2}	-10^{-3}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
Vitesse moyenne entre les instants $t = 1$ et $t = 1 + h$						

- c. En déduire la vitesse instantanée de la balle à l'instant $t = 1$.
4. a. Déterminer la vitesse instantanée de la balle en fonction de t .
b. En déduire la vitesse instantanée de la balle à l'instant $t = 2$.
5. Les résultats obtenus sont-ils cohérents avec l'observation réalisée à la première question ?

B) De la tangente au nombre dérivé

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

Dans le repère ci-contre, $\mathcal{C}_f$ est la représentation graphique de la fonction f et A est le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse 1.

Soit M_1 , M_2 et M_3 les points d'abscisses respectives 2, 1,5 et 1,1 appartenant à $\mathcal{C}_f$.

1. Déterminer les équations des droites (AM_1) , (AM_2) et (AM_3) .

En considérant des points M sur la parabole $\mathcal{C}_f$ de plus en plus proche de A , il semble que les droites (AM) se rapprochent de plus en plus d'une droite T qui n'admet qu'un seul point d'intersection avec la parabole $\mathcal{C}_f$.

2. a. Proposer une équation de cette droite T .
b. Etudier par le calcul l'intersection de $\mathcal{C}_f$ et de T .
3. Soit h un réel non-nul. On note M le point d'abscisse $1 + h$ appartenant à $\mathcal{C}_f$. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AM) en fonction de h .

Lorsque M se rapproche de A , c'est à dire lorsque h tend vers 0, le coefficient directeur tend vers un réel L .

4. Déterminer ce réel L .

Ce réel L est le coefficient directeur de la tangente T au point d'abscisse 1 de la parabole $\mathcal{C}_f$, on l'appelle le nombre dérivé de la fonction f en 1 et on le note $f'(1)$. On dit que f est dérivable en 1.

