

Lieu d'un barycentre

Soit ABC un triangle et m un réel. A chaque réel m , on associe le point G_m barycentre de $(A, 1)$, (B, m) et $(C, 1 - m)$.

L'objectif de cette étude est de faire apparaître le lieu du point G_m pour $m \in \mathbb{R}$.

A. Construction et conjecture

- a. Tracer un triangle ABC à l'aide du logiciel Geogebra.
- b. Créer un curseur m .
- c. Placer le point H_m barycentre de $(A, 1)$ et (B, m) .
- d. Placer le point G_m barycentre de $(H_m, 1 + m)$ et $(C, 1 - m)$.
- e. Que semble être le lieu géométrique du point G_m pour $m \in \mathbb{R}$.

B. Démonstration

1. Montrer que pour tout réel m , le barycentre G_m est bien définie.
2. Déterminer les coordonnées de G_m dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
3. En déduire que le lieu géométrique du point G_m est la droite d'équation $2x + 2y - 1 = 0$.
4. Conclure.

C. Pour aller plus loin

1. Expliquer pourquoi lorsque $m \in [0; 1]$, G_m est à l'intérieur du triangle ABC .
2. Expliquer le problème rencontré pour notre construction lorsque $m = -1$.
3. Entrer dans la barre de saisie la formule suivante :

$$T = (m/2) * Vecteur[A, B] + ((1 - m)/2) * Vecteur[A, C] + A$$

4. Que remarque t'on?