Barycentre de trois points pondérés

Exercice 1:

Dans chaque cas ABC est un triangle quelconque. Construire :

a. G_1 le barycentre de $(A, 2)$, $(B, -1)$ et $(C, 2)$;

b. G_2 le barycentre de $(A, 1)$, $(B, 2)$ et $(C, 3)$;

c. G_3 le barycentre de $(A, -1)$, $(B, -1)$ et $(C, 4)$.

Exercice 2:

$ABCD$ est un quadrilatère et G est le point défini par :

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

Exprimer G comme barycentre des points B, C et D affectés de coefficients à préciser.

Exercice 3:

$ABCD$ est un parallélogramme. Exprimer D comme barycentre des points A, B et C affectés de coefficients à préciser.

Exercice 4:

ABC est un triangle. M, N et P sont les points tels que :

$$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} \qquad ; \qquad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} \qquad et \qquad \overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AC}$$

a. Exprimer M, N et P comme barycentre de deux points pondérés choisis parmi A, B et C affectés de coefficients à préciser.

b. Démonter que les droites (AN), (BP) et (CM) sont concourantes en G barycentre des points $(A, 2)$, $(B, -3)$ et $(C, -1)$.

Exercice 5:

ABC est un triangle équilatéral de côté 3 cm. E est le point tel que $4\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$.

a. Exprimer E comme barycentre des points A, B et C affectés de coefficients à préciser.

b. En déduire que E appartient à la médiatrice de $[AC]$.

c. Calculer la distance BE.

Exercice 6:

$ABCD$ est un rectangle. G est le barycentre de $(A, 1)$, $(B, 2)$, $(C, 1)$ et $(D, 2)$.

a. Construire le barycentre H de $(A, 1)$, $(C, 1)$ et $(D, 1)$ puis en déduire le point G.

b. Construire le barycentre M de $(A, 1)$ et $(B, 2)$ et le barycentre N de $(C, 1)$ et $(D, 2)$ puis en déduire le point G.

Exercice 7:

Soit un triangle ABC. On considère les points suivants :

- I est le point défini par $3\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$;
- J est le barycentre des points $(B, 1)$ et $(C, 2)$ et K est le barycentre des points $(A, 1)$ et $(C, 4)$.

a. Faire une figure en justifiant la construction des points I, J et K.

b. Déterminer deux réels a et b tels que I soit le barycentre de (A, a) et (B, b).

c. Démontrer que les droites (AJ), (BK) et (CI) sont concourantes.

Exercice 8:

Soit un triangle ABC. B' et C' sont les milieux respectifs de $[AC]$ et $[AB]$. D est le barycentre des points pondérés $(A, 3)$ et $(B, 2)$.

a. Démontrer que le barycentre G des points $(A, 3)$, $(B, 2)$ et $(C, 1)$ est l'intersection des droites $(B'C')$ et (CD).

b. La droite (AG) coupe la droite (BC) en E. Préciser la position du point E sur (BC).

Exercice 9:

Soit un triangle ABC. A' est le barycentre des points pondérés $(B, 1)$ et $(C, 1)$, B' est le barycentre des points pondérés $(C, 1)$ et $(A, -2)$ et C' est le barycentre des points pondérés $(A, -2)$ et $(B, 1)$. Démontrer que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont parallèles.