# L'essentiel du chapitre 6

## 1 Barycentre de deux points pondérés

**Définition:**
*$A$ et $B$ sont deux points, $a$ et $b$ sont deux réels tels que $a+b\neq 0$. Le barycentre de $(A,a)$ et $(B,b)$ est l'unique point $G$ tel que :*

$$a\overrightarrow{GA}+b\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$$

*De plus on a :*

$$\overrightarrow{AG}=\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}$$

**Propriété:**
*Si $G$ est le barycentre des points pondérées $(A,a)$ et $(B,b)$ avec $a+b\neq 0$, alors pour tout réel $k\neq 0$, $G$ est le barycentre des points pondérées $(A,ka)$ et $(B,kb)$*

**Propriété:**
*L'isobarycentre de deux points est le barycentre de $(A,a)$ et $(B,a)$ avec $a\in\mathbb{R}^\star$ est le milieu du segment $[AB]$.*

**Propriété:**
*Si $G$ est le barycentre de $(A,a)$ et $(B,b)$ avec $a+b\neq 0$, alors pour tout point $M$ :*

$$a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}=(a+b)\overrightarrow{MG}$$

**Propriété:**
*Dans un repère $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$ du plan, on considère les points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$. Le barycentre $G(x_G;y_G)$ de $(A,a)$ et $(B,b)$ avec $a+b\neq 0$ a pour coordonnées :*

$$\left(\frac{ax_A+bx_B}{a+b};\frac{ay_A+by_B}{a+b}\right)$$

## 2 Barycentre de trois points pondérés

**Propriété:**
*$(A,a)$, $(B,b)$ et $(C,c)$ sont trois points pondérés tels que $a+b+c\neq 0$. Le barycentre de $(A,a)$, $(B,b)$ et $(C,c)$. est l'unique point $G$ tel que :*

$$a\overrightarrow{GA}+b\overrightarrow{GB}+c\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$$

**Propriété:**
*Si $G$ est le barycentre des points pondérées $(A,a)$, $(B,b)$ et $(C,c)$ avec $a+b+c\neq 0$, alors pour tout réel $k\neq 0$, $G$ est le barycentre des points pondérées $(A,ka)$, $(B,kb)$ et $(C,kc)$.*

**Propriété: (associativité du barycentre)**
*Si $G$ est le barycentre des points pondérées $(A,a)$, $(B,b)$ et $(C,c)$ avec $a+b+c\neq 0$ et si $H$ est le barycentre des points pondérées $(A,a)$ et $(B,b)$ alors $G$ est le barycentre des points pondérées $(H,a+b)$ et $(C,c)$.*

**Remarque:**
*On utilise par exemple l'associativité du barycentre pour placer le barycentre de trois points pondérés ou pour montrer que des droites sont concourantes.*

**Propriété:**
*L'isobarycentre de trois points est le barycentre de $(A,a)$, $(B,a)$ et $(C,a)$ avec $a\in\mathbb{R}^\star$ est le centre de gravité du triangle $ABC$.*

**Propriété:**
*Si $G$ est le barycentre de $(A,a)$, $(B,b)$ et $(C,c)$ avec $a+b+c\neq 0$, alors pour tout point $M$ :*

$$a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC}=(a+b+c)\overrightarrow{MG}$$

**Propriété:**
*Dans un repère $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$ du plan, on considère les points $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ et $C(x_C;y_C)$. Le barycentre $G(x_G;y_G)$ de $(A,a)$, $(B,b)$ et $(C,c)$ avec $a+b+c\neq 0$ a pour coordonnées :*

$$\left(\frac{ax_A+bx_B+cx_C}{a+b+c};\frac{ay_A+by_B+cy_C}{a+b+c}\right)$$