

Somme des termes d'une suite

A) Suite arithmétique

1. a. Calculer la somme des 10 premiers entiers que l'on note aussi :

$$\sum_{i=1}^{10} i$$

- b. En regroupant les termes de cette somme par 2 donner une autre façon de calculer la somme des 10 premiers entiers.
 c. Calculer la somme des 11 premiers entiers.
 d. En déduire une expression de la somme des n premiers entiers en fonction de n .
 e. Vérifier votre résultat sur plusieurs exemples.
 f. Calculer la somme des 1000 premiers nombres entiers que l'on note aussi :

$$\sum_{i=1}^{1000} i$$

2. Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 .

- a. Exprimer u_n en fonction de n , r et u_0 .
 b. Montrer que la somme des $(n+1)$ premiers termes d'une suite arithmétique est donnée par la formule ci-dessous :

$$S_n = \sum_{i=0}^n u_i = (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$$

B) Suite géométrique

1. Montrer que pour tout réel q et pour tout entier n ,

$$(1-q)(1+q+q^2+\dots+q^n) = 1-q^{n+1}$$

2. En déduire que pour tout réel $q \neq 1$ et pour tout entier n ,

$$\sum_{i=0}^n q^i = 1+q+q^2+\dots+q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

3. Soit (u_n) une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 . Exprimer u_n en fonction de n , q et u_0 .
 4. Montrer que la somme des $(n+1)$ premiers termes d'une suite géométrique est donnée par la formule ci-dessous :

$$S_n = \sum_{i=0}^n u_i = u_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$