2 Espérance, variance et écart-type

Définition:
Soit X une variable aléatoire, de loi de probabilité donnée par :

x_i	x_1	x_2	...	x_r
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	...	p_r

- *L'espérance de X est le réel $E(X)$ défini par*

$$E(X) = p_1x_1 + ... + p_rx_r = \sum_{i=1}^{r} p_ix_i.$$

- *La variance de X est le réel $V(X)$ défini par*

$$V(X) = \sum_{i=1}^{r} p_i(x_i - E(X))^2 = \left(\sum_{i=1}^{r} p_ix_i^2\right) - (E(X))^2.$$

- *L'écart-type de X est le réel $\sigma(X)$ défini par*

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}.$$

Exemple:
Dans l'exemple précédent, on a :

- $E(X) = \dots$

- $V(X) = \dots$

- $\sigma(X) = \dots$

Définition:
Si X est une variable aléatoire et a et b sont deux nombres réels, on peut définir la variable aléatoire $aX + b$ en associant à chaque issue donnant x_i le nombre $ax_i + b$.

Propriété:
X est une variable aléatoire d'espérance $E(X)$ et de variance $V(X)$. Pour tous nombres réels a et b,

$$E(aX + b) = aE(x) + b \text{ et } V(aX + b) = a^2V(X).$$