Suites convergentes, suites divergentes

A) Suites convergentes

On considère la suite (u_n) de terme général $u_n = \dfrac{3n+5}{2n+3}$.

1. A l'aide du tableur, déterminer les 101 premiers termes la suite (u_n).
2. Pour n qui devient de plus en plus grand, de quelle valeur a se rapproche u_n ?
3. Soit $h = 0,01$. A partir de quelle valeur de n_0, $u_n \in]a-h; a+h[$ pour tout $n \geq n_0$?
4. Même question pour $h = 0,0001$.

Définition:
On dit que la suite (u_n) converge vers le réel a si tout intervalle ouvert contenant a contient tous les termes d'une suite à partir d'un certain rang. On écrit alors :

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = a$$

5. Recopier et compléter :
La suite (u_n) converge vers ... et :

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = \quad \ldots$$

On considère la suite (v_n) définie par la relation de récurrence ci-dessous :

$$\begin{cases} v_0 = -100 \\ v_{n+1} = v_n + \dfrac{v_n}{v_n - 4} \end{cases}$$

6. A l'aide du tableur, déterminer les 201 premiers termes la suite (v_n).
7. Pour n qui devient de plus en plus grand, de quelle valeur b se rapproche v_n ?
8. Soit $h = 0,001$. A partir de quelle valeur de n_0, $v_n \in]b-h; b+h[$ pour tout $n \geq n_0$?
9. Recopier et compléter :
La suite (v_n) converge vers ... et :

$$\lim_{n \to +\infty} v_n = \quad \ldots$$

B) Suites de la forme $\dfrac{1}{n^p}$ où $p \in \mathbb{N}^\star$

1. A l'aide du tableur, déterminer pour $p = 1$ la limite de la suite de terme général $u_n = \dfrac{1}{n^p}$.
2. Faire de même pour $p = 2$ et $p = 5$.
3. Recopier et compléter :
Pour $p \geq 1$, la suite (u_n) de terme général $u_n = \dfrac{1}{n^p}$ converge vers ... .

C) Suites divergentes

On considère la suite (u_n) de terme général $u_n = \dfrac{2n^2+1}{n+1}$.

1. A l'aide du tableur, déterminer les 101 premiers termes la suite (u_n).
2. A partir de quelle valeur de n_0, $u_n > 100$ pour tout $n \geq n_0$?
3. Recopier et compléter :

La suite (u_n) .... et :

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = \quad \ldots$$

On considère la suite (v_n) de terme général $v_n = sin\left(\dfrac{\pi\, n}{2}\right)$.

4. A l'aide du tableur, déterminer les 1001 premiers termes la suite (v_n).
5. Que peut-on remarquer ?
6. Recopier et compléter :
La suite (v_n) ....