Chapitre 13: Comportement asymptotique d'une suite

1 Notion de convergence

Définition:
On dit que la suite (u_n) converge vers le réel a si tout intervalle ouvert contenant a contient tous les termes d'une suite à partir d'un certain rang. On écrit alors :

Exemple:
On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^\star}$ de terme général $u_n = 2 + \dfrac{1}{n}$.

Soit $h > 0$ un nombre réel positif, tout intervalle de la forme $]2-h; 2+h[$ contient tous les termes de la suite à partir du rang n_0. Par exemple pour $h = 0,4$,

On dit que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^\star}$ converge vers …….

Remarque:
Lorsqu'elle existe, la limite d'une suite est unique.

2 Suite divergente

Définition:
On dit que la suite (u_n) a pour limite $+\infty$ si tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$, où A est un réel, contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang.

Exemple:
On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de terme général $u_n = n^2$.

Soit $A > 0$ un nombre réel positif, tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$ contient tous les termes de la suite à partir du rang n_0 tel que $n_0 > \sqrt{A}$. En effet :

$$u_n > A \Longleftrightarrow n^2 > A \Longleftrightarrow n > \sqrt{A}$$

On dit que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$ et on écrit

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$$

Définition:
Une suite (u_n) est dit divergente si …………………………………………………

Exemple:
On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de terme général $u_n = (-1)^n$.

$$u_0 = \dots\dots\dots \quad ; \quad u_1 = \dots\dots\dots \quad ; \quad u_2 = \dots\dots\dots \quad ; \quad u_3 = \dots\dots\dots \quad ; \quad \dots$$

Cette suite est alternée, elle ne converge vers aucun réel mais n'a pas non plus pour limite $-\infty$ ou $+\infty$.

Remarque:
Il y a deux type de suites divergentes :

- ………………………………………………
- ………………………………………………