

Extraction d'une racine carrée

L'algorithme d'Héron

Soit a un nombre réel positif dont on veut déterminer une valeur approché de la racine.

- On considère un nombre entier x proche de \sqrt{a} ;
- On remplace x par $\frac{1}{2}\left(x + \frac{a}{x}\right)$. Cette nouvelle valeur de x est une valeur approchée de \sqrt{a} ;
- On répète le processus autant de fois que l'on veut pour obtenir une précision de plus en plus grande...

Programmer cet algorithme avec un tableur puis avec Algobox.

Sans calculatrice...

La méthode exposée ci-dessous permet d'extraire la racine carrée de tout nombre réel positif avec autant de décimale que l'on veut, à condition d'aimer un temps soit peu le calcul...

Exemple pour extraire la racine carrée de 2 :

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1 \\ \hline -1 & 1 \times 1 = 1 < 2 \\ \hline 1 & \end{array}$$

On cherche le plus grand carré d'entier inférieur au nombre et on le soustrait au nombre

$$\begin{array}{r|l} 100 & 1, \star \\ \hline & \downarrow \times 2 \\ & 2 \star \times \star = \dots < 100 \end{array}$$

On abaisse les deux chiffres suivants (ou deux zéros) puis on cherche le chiffre suivant \star . On multiplie par 2 le nombre formé par les chiffres déjà trouvées. On cherche \star le plus grand possible.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 1,4 \\ \hline -96 & 24 \times 4 = 96 < 100 \\ \hline 400 & \end{array}$$

On soustrait le résultat obtenu (24×4) au reste précédent et on abaisse les deux chiffres suivants (ou deux zéros)

$$\begin{array}{r|l} 400 & 1,4\star \\ \hline & \downarrow \times 2 \text{ (en enlevant la virgule)} \\ & 28\star \times \star = \dots < 400 \end{array}$$

Et on continue! On cherche le suivant \star ...

$$\begin{array}{r|l} \overbrace{723,15} & 2 \\ \hline -4 & 2 \times 2 = 4 < 7 \\ \hline 323 & \end{array}$$

Lorsque le nombre de départ est trop grand pour trouver facilement sa racine carré entière, on le découpe en tranche de deux chiffres de la droite vers la gauche, en partant de la virgule et en poursuivant comme ci-dessus...

Extraire les racines carrés de 3 et 1023 à 10^{-3} près avec cette méthode..