Quelques rappels...

1 Vecteurs sans coordonnées

Exercice 1:
$ABCD$ est un trapèze tel que $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{DC}$. I est le milieu de $[AC]$ et J est le milieu de $[BD]$.

1. Faire une construction.
2. En décomposant le vecteur $\overrightarrow{IJ}$ de deux manières différentes avec la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{DC}$.
3. Démontrer que O, le point d'intersection de $[AC]$ et $[BD]$ est le milieu de $[CI]$ et $[DJ]$.

Exercice 2:
Soient A, B et C trois points non-alignés du plan.

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{BE} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et le point K tel que $\overrightarrow{AK} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$

Exercice 3:
$ABCD$ est un parallélogramme. Les points E et F sont définis par $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AF} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

1. Exprimer $\overrightarrow{FD}$ en fonction de $\overrightarrow{DA}$.
2. Démontrer que B, F et E sont alignés.

Exercice 4:
Soient A, B et C trois points non-alignés du plan.

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{BA}$.
2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$.
3. Démontrer que C est le milieu de $[DE]$.

Exercice 5:
Soient A, B et C trois points non-alignés du plan.

1. Construire le point G tel que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$.
2. Construire le point K tel que $2\overrightarrow{KA} - \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = \overrightarrow{0}$.

2 Vecteurs et coordonnées

Exercice 6:
La plan est muni d'un repère $(0;I,J)$. Soit $A(1;1)$, $B(2;-1)$ et $C(3;2)$.

1. Les points A, B et C sont-ils alignés ?
2. Déterminer la distance AB.
3. Déterminer les coordonnées du milieu I du segment $[BC]$.
4. Déterminer les coordonnées du point N tel que $\overrightarrow{ON} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{BC}$.
5. Déterminer les coordonnées du point P tel que $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.

Exercice 7:
La plan est muni d'un repère $(0;I,J)$. Soit $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

1. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne sont pas colinéaires.
2. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{w}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

Définition:
Dans un repère orthonormé $(0;I,J)$, la norme du vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est $||\overrightarrow{u}|| = \sqrt{x^2+y^2}$

Exercice 8:
La plan est muni d'un repère $(0;I,J)$. Soit $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 8 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

1. Donner les coordonnées de deux points A et B tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u}$.
2. Déterminer $||\overrightarrow{u}||$.
3. Déterminer $||\overrightarrow{v}||$ et $||\overrightarrow{w}||$.
4. Déterminer $||\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}||$.

Exercice 9:
La plan est muni d'un repère $(0;I,J)$. Soit $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} m+5 \\ 2 \end{pmatrix}$ avec $m \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer $||\overrightarrow{u}||$. En déduire la (ou les) valeur(s) du paramètre m pour que $||\overrightarrow{u}|| = 4$
2. Déterminer la (ou les) valeur(s) du paramètre m pour que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ soient colinéaires.
3. Pour $m = 1$, exprimer $\overrightarrow{e_1}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ en fonction de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.