

## Lignes de niveau

### Exercice 1:

Soit  $A$  et  $B$  deux points du plan tel que  $AB = 6$ .

On se propose de chercher l'ensemble  $\mathcal{E}_k$  des points  $M$  du plan tels que  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = k$

1. A l'aide du logiciel GeoGebra :
  - a. Tracer le segment  $[AB]$  tel que  $AB = 6$  et placer un point  $M$  dans le plan.
  - b. Entrer dans la barre de saisie :
    - `Distance[A,M]` pour calculer la norme du vecteur  $\overrightarrow{AM}$  ;
    - `Longueur[Vecteur[A,B]+Vecteur[A,M]]` pour calculer la norme du vecteur  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AM}$  ;
    - `0,5*(c^2 - a^2 - b^2)`
  - c. Que calcule cette dernière formule ?
2. Étude pour  $k = 30$ .
  - a. Déplacer le point  $M$  pour que  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 30$ .
  - b. Démontrer qu'il existe un unique point  $H$  de la droite  $(AB)$  qui vérifie  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = 30$  et situer ce point sur  $(AB)$ .
  - c. Montrer que tout point  $M$  vérifiant  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 30$  est situé sur la perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $H$ .
  - d. En déduire  $\mathcal{E}_{30}$ .
3. Réaliser la même étude pour  $k = -10$ .

### Exercice 2:

Soit  $A$  et  $B$  deux points du plan tel que  $AB = 8$ .

On se propose de chercher l'ensemble  $\mathcal{F}_k$  des points  $M$  du plan tels que  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$

1. A l'aide du logiciel GeoGebra :
  - a. Tracer le segment  $[AB]$  tel que  $AB = 8$  et placer un point  $M$  dans le plan.
  - b. Placer le point  $O$  milieu du segment  $[AB]$ .
  - c. Entrer dans la barre de saisie :
    - `Distance[O,M]^2 - (a/2)^2`
  - d. Montrer que pour tout point  $M$ ,
 
$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MO^2 - 16$$
2. Étude pour  $k = 20$ .
  - a. Déplacer le point  $M$  pour que  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 20$ .
  - b. Montrer que tout point  $M$  vérifiant  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 20$  est situé sur le cercle de centre  $O$  et de rayon 6.
  - c. En déduire  $\mathcal{F}_{20}$ .
3. Réaliser la même étude pour  $k = 0$ .
4. Réaliser la même étude pour  $k = -20$ .