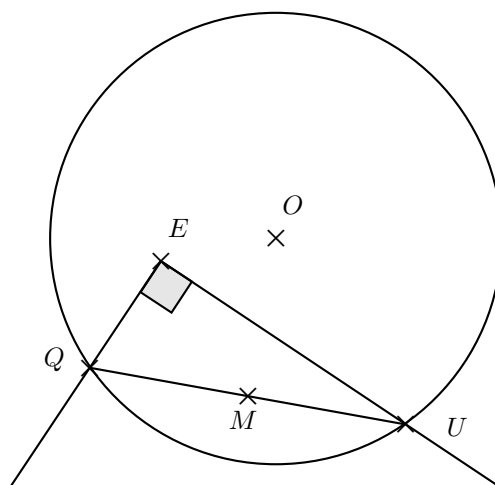


Équerre dans un cercle



On considère :

- un rapporteur, schématisé par un cercle (C) de centre O et de rayon quelconque fixé ;
- une équerre, fixée en un point E , intérieur au cercle (C) et représenté par deux demi-droites perpendiculaires qui interceptent le cercle (C) en deux points Q et U ;
- M le milieu du segment $[QU]$.

L'objectif de cette étude est de faire apparaître le lieu du point M lorsque cette équerre tourne sur le rapporteur autour du point E .

A. Construction et conjecture

- Tracer le cercle (C) de centre O et de rayon 5.
- Placer un point E à l'intérieur du cercle (C) puis un point Q sur le cercle (C) et tracer la demi-droite $[EQ)$.
- Placer le point U , intersection du cercle (C) et de la perpendiculaire à (EQ) passant par E .
- Tracer le segment $[QU]$ puis placer son milieu M dont on affichera la trace.
- En déplaçant Q , déterminer quel semble être le lieu du point M .

B. Démonstration

- a. Démontrer la propriété suivante :

Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de son hypoténuse.

- Démontrer que OMQ est un triangle rectangle en M .
- En déduire que $ME^2 + MO^2 = OQ^2$.

- On nomme I le milieu du segment $[EO]$.

- Démontrer que :

$$MO^2 + ME^2 = 2MI^2 + \frac{EO^2}{2}$$

- En déduire que le point M appartient à un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

- Quel est le lieu du point M ?