

Corrigé du devoir bilan 3

Exercice 1:

3 points

x	0	5π	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{-\pi}{6}$	$\frac{-\pi}{2}$	$\frac{-3\pi}{4}$
$\cos(x)$	1	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\sin(x)$	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 2:

6 points

1. Mesure principale des angles orientés suivants :

a. $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$ puisque $\frac{13\pi}{2} = 3 \times 2\pi + \frac{\pi}{2}$

b. $(\vec{v}, \vec{w}) = \frac{5\pi}{6} \quad (2\pi)$ puisque $\frac{-19\pi}{6} = -2 \times 2\pi + \frac{5\pi}{6}$

c. $(\vec{w}, \vec{t}) = \frac{\pi}{3} \quad (2\pi)$ puisque $\frac{25\pi}{3} = 4 \times 2\pi + \frac{\pi}{3}$

2. Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$:

$$(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{w}) \quad (\text{mod } 2\pi)$$

3. D'après la relation de Chasles :

$$(\vec{u}, \vec{t}) = (\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) + (\vec{w}, \vec{t}) \quad (2\pi)$$

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \quad (2\pi)$$

$$= \frac{10\pi}{6} \quad (2\pi)$$

$$= \frac{5\pi}{3} \quad (2\pi)$$

$$= \frac{3\pi}{3} \quad (2\pi)$$

Exercice 3:

6 points

1. Résoudre les équations suivantes sur $\mathbb{R}$ puis en déduire les solutions sur $[0; 2\pi[$:

a. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{-\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, & k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + \frac{\pi}{4} + 2k'\pi, & k' \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, & k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{4} + 2k'\pi, & k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$

donc $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ admet $\frac{5\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$ pour solutions sur l'intervalle $[0; 2\pi[$.

b. $\cos 2x = \cos \frac{\pi}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{5} + 2k\pi, & k \in \mathbb{Z} \\ 2x = -\frac{\pi}{5} + 2k'\pi, & k' \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\pi, & k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{10} + k'\pi, & k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$

donc $\cos 2x = \cos \frac{\pi}{5}$ admet $\frac{\pi}{10}$; $\frac{9\pi}{10}$; $\frac{11\pi}{10}$ et $\frac{19\pi}{10}$ pour solutions sur l'intervalle $[0; 2\pi[$.

2. Sur $]-\pi; \pi[$:

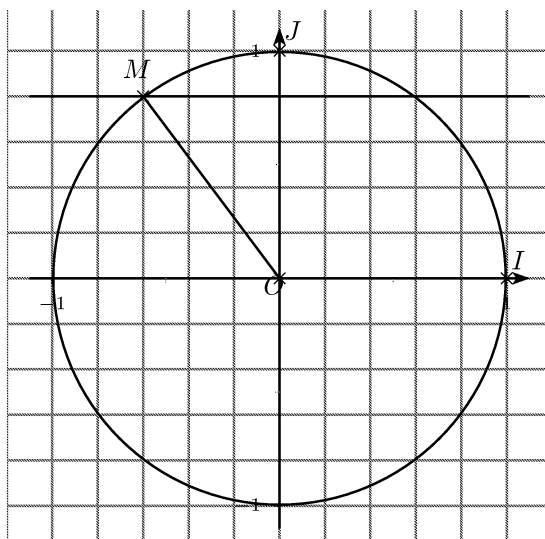
a. $\cos x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ pour $x \in \left[-\pi; -\frac{5\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}; \pi\right]$

b. $\sin x \geq \frac{1}{2}$ pour $x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$

Exercice 4:

4 points

1. Figure :

2. Pour tout réel x , $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$ donc

$$\begin{aligned} (\cos x)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 &= 1 \\ (\cos x)^2 &= 1 - \frac{16}{25} \\ (\cos x)^2 &= \frac{9}{25} \end{aligned}$$

De plus, $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ donc :

$$\cos x = -\frac{3}{5}$$

3. D'après le cours, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x = \frac{4}{5}$ et $\sin(\pi + x) = -\sin x = -\frac{4}{5}$ **Exercice 5:**

1 points

1. $24,7 \div 4 = 6,175$ 2. $2,7 \times 3,1 = 8,37$