Corrigé du devoir bilan 4

Exercice 1: 2 points

1. Trois points distincts A, B et C sont alignés si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
2. a. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de Δ.

   b. On suppose $b \neq 0$. L'équation réduite de la droite Δ est $y = -\dfrac{a}{b}x - \dfrac{c}{b}$

Exercice 2: 5 points

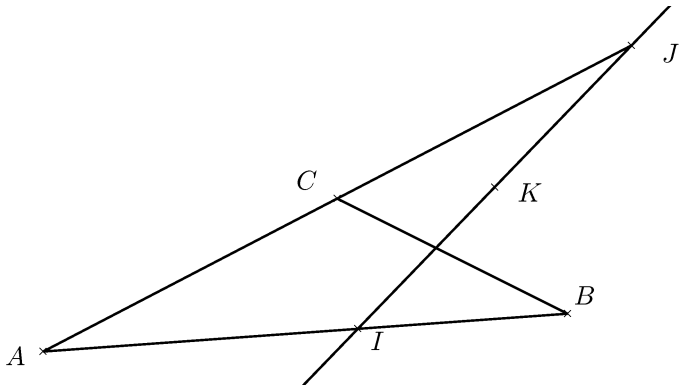
1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $(AB) : 2x - 4y + c = 0$ et $A \in (AB)$ donc $c = 14$ après calculs soit $(AB) : 2x - 4y + 14 = 0$.
2. $2 \times x_C - 4 \times y_C + 14 = -22 + 8 + 14 = 0$ donc le point C appartient à la droite (AB).
3. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de Δ et $2\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$.

   Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires donc les droites (AB) et Δ sont parallèles.

Exercice 3: 6 points

1. Après calculs, $AB = \sqrt{65}$, $AC = \sqrt{65}$ et $BC = \sqrt{26}$.
2. Le triangle ABC est isocèle en A.
3. Après calculs, $I\left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$
4. (AI) est la médiane issue de A dans le triangle ABC. De plus, $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix} -\dfrac{15}{2} \\ -\dfrac{3}{2} \end{pmatrix}$ donc $(AI) : -\dfrac{3}{2}x + \dfrac{15}{2}y + c = 0$ et $A \in (AB)$ donc $c = -\dfrac{3}{2}$ après calculs soit $(AI) : -\dfrac{3}{2}x + \dfrac{15}{2}y - \dfrac{3}{2} = 0$.
5. Le triangle ABC est isocèle en A donc la médiane issue de A est confondue avec la médiatrice du segment $[BC]$. Cette médiatrice est donc la droite (AI) et a pour équation $-\dfrac{3}{2}x + \dfrac{15}{2}y - \dfrac{3}{2} = 0$.

Exercice 4: 7 points



1.
$$\begin{aligned} -3\overrightarrow{AK} + 3\overrightarrow{BK} + 10\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{0} &\iff -3\overrightarrow{AK} + 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AK} + 10\overrightarrow{CA} + 10\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{0} \\ &\iff 10\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{AB} + 10\overrightarrow{AC} \\ &\iff \overrightarrow{AK} = \frac{3}{10}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

2. Voir ci-dessus.
3. On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

   a. $A(0;0)$; $B(1;0)$; $C(0;1)$; $I\left(\dfrac{3}{5}; 0\right)$; $J(0;2)$ et $I\left(\dfrac{3}{10}; 1\right)$.

   b. $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} -\dfrac{3}{5} \\ 2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{IK}\begin{pmatrix} -\dfrac{3}{10} \\ 1 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont colinéaires d'où I, J et K sont alignés.

   c. $\overrightarrow{IJ} = 2\overrightarrow{IK}$ donc K est le milieu du segment $[IJ]$.