DEVOIR COMMUN N°2

Enseignants : LEPICIER J-M. GREAU D.	**Nom :**	**Note :**
	Prénom :	
Date : 07/05/2012	**Classe :**	

Exercice 1: 3 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées. Une seule est exacte.
Chaque réponse exacte rapporte 0,5 point. Une réponse fausse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'enlève aucun point.
Pour chacune des quatre questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1	La variance de la série statistique $1; 3; 19; 23; 109$ est	31	$1595,2$	19	$39,9$
2	$(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \dfrac{\pi}{3}$ et $(\overrightarrow{v}, -\overrightarrow{w}) = \dfrac{\pi}{4}$ alors	$(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{w}) = \dfrac{5\pi}{12}$	$(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{w}) = \dfrac{-7\pi}{12}$	$(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{w}) = \dfrac{-5\pi}{12}$	$(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{w}) = \dfrac{7\pi}{12}$
3	La probabilité d'obtenir au moins un six en lançant trois fois de suite un dé équilibré à six faces est de	$\dfrac{91}{216}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{125}{216}$	$\dfrac{1}{6}$
4	$-x^3 + 3x^2 - 2x = 0$ admet pour solutions	$\{-1; 0; 2\}$	$\{-2; -1; 0\}$	$\{0; 1; 2\}$	$\{-1; 0; 2\}$
5	La fonction $f : x \longmapsto \dfrac{x^2 + x}{2x - 1}$ admet pour fonction dérivée	$\dfrac{2x + 1}{2}$	$\dfrac{2x^2 - 2x - 1}{(2x - 1)^2}$	$\dfrac{6x^2 + 2x - 1}{(2x - 1)^2}$	$\dfrac{2x + 1}{2x - 1}$
6	La fonction $g : x \longmapsto x^3 - 6x^2$ est	croissante sur $[0; 4]$	décroissante sur $[0; 3]$	croissante sur $[0; 6]$	décroissante sur $\mathbb{R}$

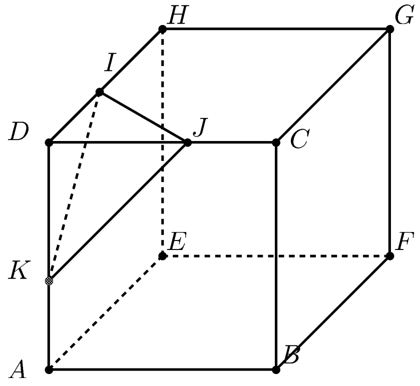
Exercice 2: 5 points

Soit f la fonction qui à x associe $f(x) = \dfrac{2x^2 + 2x - 4}{x + 3}$

1. Quel est le domaine de définition de f.
2. Résoudre l'inéquation $f(x) < 0$.
3. a. Montrer que $f'(x) = \dfrac{2x^2 + 12x + 10}{(x + 3)^2}$
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
   c. Quelle est la valeur maximale que peut prendre $f(x)$ si $x < -3$.
   d. Quelle est la valeur minimale que peut prendre $f(x)$ si $x > -3$.
4. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f en -2.
5. Quels sont les réels a tels que $f(x) = a$ n'admette aucune solution ?

Exercice 3: 4 points

On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 30 cm.



Soit I le point du segment $[DI]$ tel que $IH = x$, J le point du segment $[CD]$ tel que $DJ = x$ et K le point du segment $[AD]$ tel que $DK = x$.

1. Montrer que le volume du tétraèdre $KDIJ$ est donnée par $V(x) = 5x^2 - \dfrac{1}{6}x^3$
2. Étudier les variations de V sur $\mathbb{R}$.
3. En déduire la valeur de x pour laquelle le volume du tétraèdre $KDIJ$ est maximale.
4. Montrer que l'aire du triangle IJK est alors de $100\sqrt{6}$ cm^2.

Exercice 4: 4 points

ABC est un triangle quelconque (non plat).

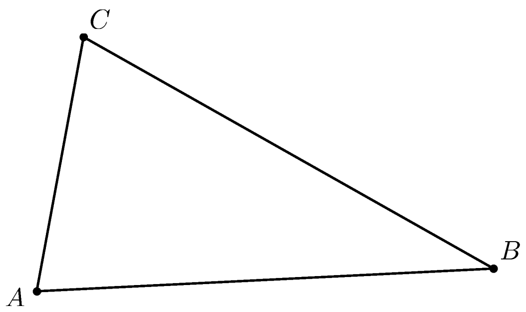
D est le symétrique de A par rapport à B.

E est le point du plan tel que $\overrightarrow{AE} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

F est le point d'intersection des droites (DE) et (BC).

G est le point tel que $\overrightarrow{DC} = 4\overrightarrow{DG}$.

1. Compléter la construction ci-dessous.



2. On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$:
   a. Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D et E.
   b. Déterminer une équation de la droite (BC)
   c. Déterminer une équation de la droite (DE).
   d. Calculer les coordonnées du point F.
   e. Exprimer $\overrightarrow{BF}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.
   f. Calculer les coordonnées du point G.
   g. Démontrer que les points B, E et G sont alignés.

Les élèves de $\boxed{\text{1S2}}$ doivent faire l'exercice 5 seulement (et donc ne doivent pas faire le 6 !).
Les élèves de $\boxed{\text{1S1}}$ ont le choix entre ces deux exercices (et donc doivent n'en faire qu'un des deux !).

Exercice 5: 4 points

Soit ABC un triangle rectangle isocèle en A et ABD un triangle équilatéral tels que C et D soient du même côté de (AB). On note a la longueur AB.

1. Faire un dessin représentant la situation.
2. a. Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC}$ en fonction de a.
   b. En déduire $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC}$.
3. a. Montrer que $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}) = \frac{\pi}{12}$.
   b. A l'aide d'une autre expression du produit scalaire, montrer que $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$.
   c. En déduire $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice 6: 4 points

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 1000$ et $u_{n+1} = 0,6u_n + 100$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. On définit la suite (v_n) telle que $v_n = u_n - 250$.
   a. Calculer v_0.
   b. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,6$.
   c. Exprimer v_n en fonction de n.
   d. Exprimer u_n en fonction de n.
   e. Calculer la valeur exacte de u_{20}. En donner une valeur approchée à 10^{-3} près.