Correction du devoir maison 1

Exercice 1: 4 points

a. $5x^2-3=0 \iff x^2=\dfrac{3}{5} \iff x^2=\left(\dfrac{\sqrt{15}}{5}\right)^2$ donc l'équation admet deux solutions : $\dfrac{-\sqrt{15}}{5}$ et $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

b. $3x(5x-3)-(5x-3)(x+6)=0 \iff (5x-3)(2x-6)=0$ donc l'équation admet deux solutions : $\dfrac{3}{5}$ et 3.

c. $x=x^2 \iff x-x^2=0 \iff x(1-x)=0$ donc l'équation admet deux solutions : 0 et 1.

d. -2 et 2 sont les valeurs interdites de l'expression $\dfrac{x+3}{x-2}=\dfrac{x-5}{x+2}$ et
$\dfrac{x+3}{x-2}=\dfrac{x-5}{x+2} \iff \dfrac{(x+3)(x+2)-(x-5)(x-2)}{x^2-4}=0 \iff \dfrac{12x-4}{x^2-4}=0$ donc l'équation admet $\dfrac{1}{3}$ pour unique solution.

Exercice 2: 5 points

a. $2x^2-3x+\dfrac{5}{4}$ est un polynôme du second degré avec $\Delta=-1<0$ donc l'équation $2x^2-3x+\dfrac{5}{4}=0$ n'admet aucune solution.

b. $-5x^2+8x-3$ est un polynôme du second degré avec $\Delta=4>0$ donc l'équation $-5x^2+8x-3=0$ admet deux solutions : 1 et $\dfrac{3}{5}$.

c. $x^2=x+1 \iff x^2-x-1=0$.
x^2-x-1 est un polynôme du second degré avec $\Delta=5>0$ donc l'équation $x^2=x+1$ admet deux solutions : $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ et $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Exercice 3: 3 points

$f(x)=3x^2-bx+2b$ est un trinôme du second degré. donc f admet des racines si $\Delta \geq 0$ et

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-24b\\ &= b(b-24)\end{aligned}$$

Le polynôme $b(b-24)$ admet 0 et 24 pour racines et $a>0$ donc $b(b-24)\geq 0$ pour $b\in]-\infty;0]\cup[0;+\infty[$
Conclusion : f admet des racines si $b\in]-\infty;0]\cup[0;+\infty[$.

Exercice 4: 4 points

Soit $P(x)=3x(x^2-5x+2)+24$ une fonction polynôme.

a. $P(x)=3x^3-15x^2+6x+24$ donc P est un polynôme de degré 3.

b. Pour tout réel x,

$$\begin{aligned}(x-4)(3x^2-3x-6) &= 3x^3-3x^2-6x-12x^2+12x+24\\ &= 3x^3-15x^2+6x+24\\ &= P(x)\end{aligned}$$

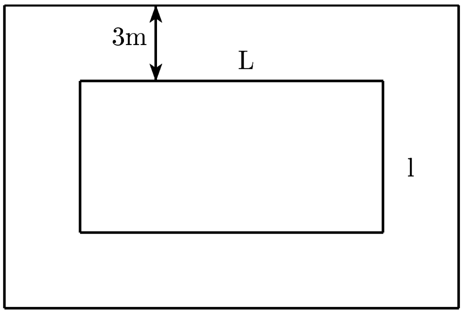
c. Étudions le signe de $3x^2-3x-6$:
$3x^2-3x-6$ est un polynôme du second degré avec $\Delta=81>0$ donc l'équation $3x^2-3x-6=0$ admet deux solutions : -1 et 2. De plus $a=3>0$, donc :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$3x^2-3x-6$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Conclusion :

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$x-4$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x^2-3x-6$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 5: 4 points



Soit l la larguer de la pelouse et L la longueur de la pelouse. On a :

$$\left\{\begin{array}{c} 2l = L \\ (l+6)(L+6) = 360 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 2l = L \\ (l+6)(2l+6) = 360 \end{array}\right.$$

Cherchons à résoudre $(l+6)(2l+6) = 360$:
$(l+6)(2l+6) = 360 \Leftrightarrow 2l^2 + 18l - 324 = 0$ et $2l^2 + 18l - 324$ est un polynôme du second degré. Son discriminant est $\Delta = (54)^2 > 0$ donc ce polynôme admet deux racines :

$$\frac{-18+54}{4} = 9 \quad et \quad \frac{-18-54}{4} = -18$$

Comme l est une grandeur positive, la seul solution possible est $l = 9$ et donc $L = 18$.