

Devoir maison 7

Exercice 1:

10 points

Soit A et B deux points du plan tel que $AB = 8$.

On se propose de chercher l'ensemble \mathcal{F}_k des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$

1. A l'aide du logiciel GeoGebra :

- Tracer le segment $[AB]$ tel que $AB = 8$ et placer un point M dans le plan.
- Placer le point O milieu du segment $[AB]$.
- Entrer dans la barre de saisie :
 - \bullet $\text{Distance}[O, M]^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$
- Montrer que pour tout point M ,

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MO^2 - 16$$

2. Étude pour $k = 20$.

- Déplacer le point M pour que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 20$.
- Montrer que tout point M vérifiant $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 20$ est situé sur le cercle de centre O et de rayon 6.
- En déduire \mathcal{F}_{20} .

3. Réaliser la même étude pour $k = 0$.

4. Réaliser la même étude pour $k = -20$.

Exercice 2:

5 points

Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer la fonction dérivée en précisant le domaine de dérivabilité :

- $f(x) = \frac{1 - 5x}{x^2 + x + 1}$
- $g(x) = -45 + \frac{12}{x - 2}$
- $h(x) = -x + \sqrt{x}$

Exercice 3:

5 points

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 3$.

- Résoudre l'équation $f(x) = 3$.
- Déterminer la fonction dérivée de f .
- Résoudre l'équation $f'(x) = 3$.
- Interpréter graphiquement ce résultat.