

Chapitre 2: Proportions

1 Définition et vocabulaire

Vocabulaire:

- Les éléments qui constituent une **population** sont les **individus** de cette population.
- Le nombre d'individus d'une population est appelé l'**effectif** de cette population.
- Une **sous-population** A d'une population E est une population dont tous les individus sont aussi des individus de la population E . On dit dans ce cas que E est la population de référence.

Définition:

La **proportion** ou **fréquence** p d'une sous population A dans une population E est le nombre $p = \frac{n_A}{n_E}$ où n_A est l'effectif de A et n_E est l'effectif de E .

Remarque:

Une proportion est un nombre réel compris entre 0 et 1. En effet, $0 \leq n_A \leq n_E$ donc $0 \leq \frac{n_A}{n_E} \leq 1$.

Exemple:

L'ensemble des élèves du lycée Moquet-Lenoir constitue une population E :

- l'effectif de cette population est $n_E = 1000$;
- L'ensemble des élèves de première STMG constitue une sous-population A de E ;
- l'effectif de cette population est $n_A = 26$;
- la proportion des élèves de première STMG dans la population constituée des élèves du lycée Moquet-Lenoir est :

$$p = \frac{n_A}{n_E} = \frac{26}{1000} = 0,026$$

Remarque:

On considère un autre lycée de 1600 élèves avec 32 élèves de première STMG. Dans ce lycée, il y a plus d'élèves en première STMG mais la proportion des élèves de première STMG dans la population constitué des élèves du lycée est :

$$p = \frac{32}{1600} = \frac{26}{1000} = 0,020$$

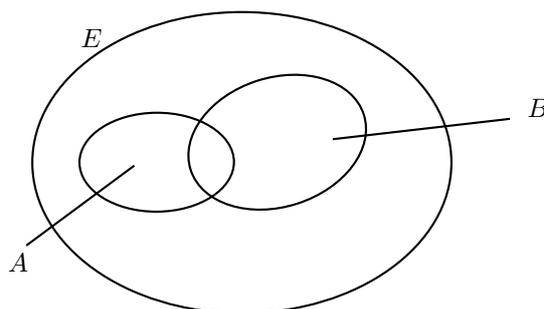
La proportion d'élèves de première STMG est donc plus importante au lycée Moquet-Lenoir. Ainsi, pour des populations de référence différentes, les effectifs et les proportions ne sont pas forcément rangés dans le même ordre !

2 Proportions et réunion

On considère deux sous-populations A et B d'une même population E .

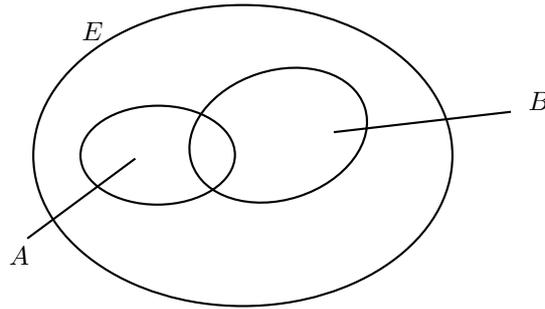
Définition:

$A \cap B$ est la sous population des individus qui appartiennent à la sous-population A et à la sous-population B .



On dit que $A \cap B$ est l'intersection de A et B .

$A \cup B$ est la sous population des individus qui appartiennent à la sous-population A ou à la sous-population B .



On dit que $A \cup B$ est la réunion de A et B

Propriété:

On note $n_A, n_B, n_{A \cap B}, n_{A \cup B}$ les effectifs et $p_A, p_B, p_{A \cap B}, p_{A \cup B}$ les proportions des sous-populations $A, B, A \cap B$ et $A \cup B$ dans la population E d'effectif n_E . On a :

$$n_{A \cup B} = n_A + n_B - n_{A \cap B}$$

et en divisant par n_E , on obtient :

$$p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}$$

Exemple:

On considère l'exemple précédent où E est la population constituée des élèves du lycée Moquet-Lenoir et A est la sous-population des élèves de première STMG. On considère de plus la sous-population B des élèves externes de l'établissement. On a :

$$n_A = 26 \quad ; \quad n_B = 230 \quad ; \quad n_{A \cap B} = 5 \quad ; \quad n_E = 1000$$

donc

$$p_A = 0,026 \quad ; \quad p_B = 0,23 \quad ; \quad p_{A \cap B} = 0,005$$

et ainsi la proportion d'élèves en première STMG ou externes est :

$$p_{A \cup B} = 0,026 + 0,23 - 0,005 = 0,251$$

Remarque:

Si A et B sont deux sous-populations disjointes de E , c'est à dire si $A \cap B = \emptyset$, on a :

$$p_{A \cup B} = p_A + p_B$$

3 Inclusions

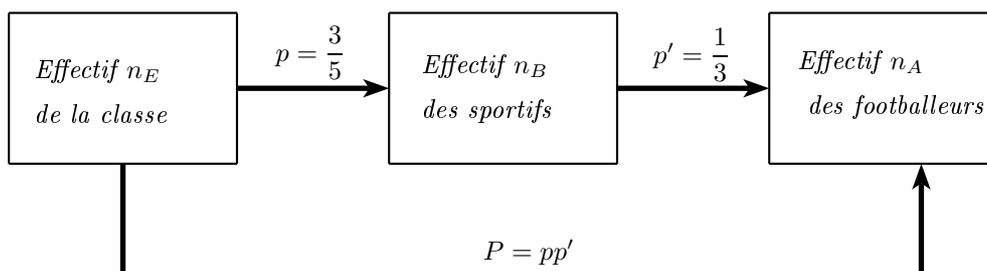
Propriété:

Soit A, B et E trois populations tels que A est une sous-population de B et B est une sous-population de E . Si on note p la proportion de B dans E et p' la proportion de A dans B alors la proportion P de A dans E est :

$$P = pp'$$

Exemple:

Dans une classe $\frac{3}{5}$ des élèves sont sportifs et $\frac{1}{3}$ des élèves qui font du sport jouent au foot.



La proportion des élèves footballeurs dans la classe est $P = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$