Chapitre 4: Évolution

1 Variation absolue et taux d'évolution

Le prix d'un litre d'essence est passé en un mois de $1,5$ euros le litre à $1,65$ euros le litre.
- La **variation absolue** du prix du litre d'essence est $1,65 - 1,5$ soit $0,15$ euro.
- La **variation relative** ou **taux d'évolution** du prix du litre d'essence est $\dfrac{1,65-1,5}{1,5} = 0,1$ soit 10%.

Définition:
On considère deux nombres réels strictement positifs y_1 et y_2. Le nombre

$$y_2 - y_1$$

*est la **variation absolue** de y_1 à y_2 et le nombre*

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$$

*est la **variation relative** ou **taux d'évolution** de y_1 à y_2.*

Propriété:
*Une variation absolue et un taux d'évolution strictement positif correspondent à une **augmentation** (ou une **hausse**), c'est à dire $y_2 > y_1$.*
*Une variation absolue et un taux d'évolution strictement négatif correspondent à une **diminution** (ou une **baisse**), c'est à dire $y_2 < y_1$.*

Remarque:
Un taux d'évolution n'est pas une proportion. Une proportion est un nombre compris entre 0 et 1 alors qu'un taux d'évolution est un nombre supérieur ou égale à -1.

2 Coefficient multiplicateur

Par quel nombre multiplier $1,5$ pour obtenir $1,65$? Le nombre cherché que l'on note c_M doit vérifier :

$$1,5c_M = 1,65 \quad \texttt{soit} \quad c_M = \frac{1,65}{1,5} = 1,1$$

Ce nombre c_M est appelé le **coefficient multiplicateur** de y_1 à y_2 et on remarque que :

$$c_M = \frac{1,65}{1,5} = \frac{1,5}{1,5} + \frac{0,15}{1,5} = 1 + 0,1 = 1 + t$$

Définition:
*On considère deux nombres réels strictement positifs y_1 et y_2. On appelle **coefficient multiplicateur** de y_1 à y_2 le nombre strictement positif tel que $y_2 = c_M y_1$. Ainsi :*

$$c_M = \frac{y_2}{y_1} \quad \texttt{et} \quad c_M = 1 + t$$

Propriété:
*Un coefficient multiplicateur strictement supérieur à 1 correspondent à une **augmentation** (ou une **hausse**).*
*Un coefficient multiplicateur strictement inférieur à 1 correspondent à une **diminution** (ou une **baisse**).*

Exemple:
Un jeans vendu 80 euros voit son prix baissé de 35% lors d'une opération commerciale. Le prix du jeans a baissé et $-0,35$ est le taux d'évolution du prix donc $c_M = 1 - 0,35 = 0,65$. On en déduit que son nouveau prix est de $80 \times 0,65 = 52$ euros.

$$y_1 = 80 \xrightarrow{\;c_M = 1 + t = 0,65\;} y_2 = 52$$

3 Évolutions successives

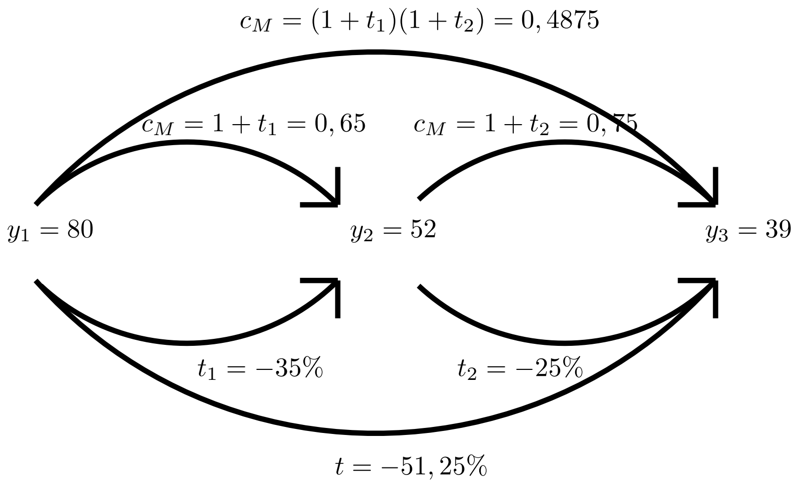
Propriété:
Pour deux évolutions successives, de y_1 à y_2 (de taux t_1) puis de y_2 à y_3 (de taux t_2), l'évolution de y_1 à y_3 (de taux t) a pour coefficient multiplicateur le produit des coefficients multiplicateurs :

$$1 + t = (1 + t_1)(1 + t_2)$$

Ainsi le taux d'évolution de y_1 à y_3 est :

$$t = (1 + t_1)(1 + t_2) - 1$$

Exemple:
Un jeans vendu 80 euros voit son prix baissé de 35% lors d'une première opération commerciale puis encore de 25% lors d'une seconde opération commerciale.



Le prix du jeans a été multiplié par $0,4875$ ce qui correspond à une baisse de $0,4875 - 1 = -0,5125$ soit $-51,25\%$. Le nouveau prix est de 39 euros.

4 Évolution réciproque

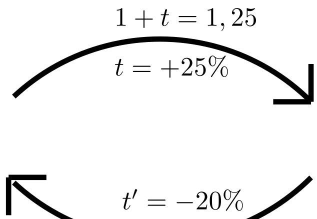
Propriété:
Pour une évolution de y_1 à y_2 (de taux t) , l'évolution de réciproque y_2 à y_1 (de taux t') a pour coefficient multiplicateur l'inverse du coefficient multiplicateur de y_1 à y_2 :

$$1 + t' = \frac{1}{1 + t}$$

Ainsi le taux d'évolution de y_2 à y_1 est :

$$t' = \frac{1}{1 + t} - 1$$

Exemple:
Un prix augmente de 25%. Pour revenir à sa valeur initiale, ce prix devra baisser de 20% et pas de 25% ! En effet :



$$1 + t' = \frac{1}{1 + t} = \frac{1}{1,25} = 0,8$$