

Chapitre 5: Statistiques

1 Moyenne et écart-type

On considère la série statistique des moyennes générales obtenues par les élèves d'une classe à l'issue du premier trimestre. La série est résumée dans le tableau ci-dessous :

moyenne (x_i)	8	9	10	11	12	13	14	15	16
effectif (n_i)	2	2	5	6	6	3	2	2	1

La moyenne général de la classe, notée \bar{x} , est donnée par :

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$$

soit

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{2 \times 8 + 2 \times 9 + \dots + 1 \times 16}{2 + 2 + \dots + 1} \\ &= \frac{335}{29} \\ &\simeq 11,55\end{aligned}$$

L'écart-type des moyennes, notée σ , est donnée par :

$$\sigma = \sqrt{V}$$

où

$$V = \frac{n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p (x_p - \bar{x})^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$$

Il correspond à la racine de la variance, notée V , sachant que la variance est la moyenne des écarts au carré entre les valeurs de la série et la moyenne de la série! On utilise bien sur la calculatrice pour le trouver! Ici,

$$\sigma \simeq 1,99$$

La moyenne est une caractéristique de **position** de la série et l'**écart-type** est une caractéristique de **dispersion** de la série. Ainsi le couple $(\bar{x}; \sigma)$ est un résumé de la série.

2 Médiane et quartiles

On considère la même série que précédemment.

moyenne (x_i)	8	9	10	11	12	13	14	15	16
effectif (n_i)	2	2	5	6	6	3	2	2	1
effectif cumulé croissant	2	4	9	15	21	24	26	28	29

La médiane d'une série statistique est le nombre, noté M_e , tel que :

- 50% au moins des individus ont une valeur du caractère inférieure ou égale à M_e ;
- 50% au moins des individus ont une valeur du caractère supérieure ou égale à M_e .

La liste des N valeurs étant rangée par ordre croissant, chacune figurant un nombre de fois égal à son effectif :

- Si N est impair, la médiane est la valeur de rang $\frac{N+1}{2}$;
- Si N est pair, la médiane est la demi-somme des valeurs de rang $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$.

Ainsi, dans l'exemple ci-dessus, $N = 29$ donc la médiane est la quinzième valeur de la série $\left(\frac{29+1}{2} = 15\right)$ soit $M_e = 11$.

- Le premier quartile est la plus petite valeur Q_1 de la série telle qu'au moins un quart des valeurs de la série sont inférieures ou égale à Q_1 .
- Le troisième quartile est la plus petite valeur Q_3 de la série telle qu'au moins trois quart des valeurs de la série sont inférieures ou égale à Q_3 .
- L'écart interquartile est le nombre $Q_3 - Q_1$.

Dans l'exemple ci-dessus $\frac{N}{4} = 7,25$ donc le premier quartile est la 8^{eme} valeur de la série soit

$$Q_1 = 10$$

$\frac{3N}{4} = 21,75$ donc le troisième quartile est la 22^{eme} valeur de la série soit

$$Q_3 = 13$$

L'écart interquartile est

$$13 - 10 = 3$$

La médiane est une caractéristique de **position** de la série et l'**écart interquartile** est une caractéristique de **dispersion** de la série. Ainsi le couple $(M_e; Q_3 - Q_1)$ est un résumé de la série.