Fonction dérivée et variations

Définition:
La fonction dérivée d'une fonction f est le fonction qui à tout réel x associe $f'(x)$. Cette fonction est notée f'.

Remarque:
Lorsqu'une fonction f admet une fonction dérivée, on dit qu'elle est ***dérivable****.*

Propriété:
f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x) = 2ax + b$.

Exercice 1:
Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes puis déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse a. On vérifiera les résultats obtenus à l'aide de la calculatrice.

1. $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$ et $a = 1$;
2. $g(x) = -x^2 + x + 1$ et $a = -2$;
3. $h(x) = -\dfrac{1}{4}x^2 + 8x - 2$ et $a = 14$;
4. $i(x) = x^2 - 3x + 4$ et $a = -2$.
5. $j(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 9x - 12$ et $a = 0$;
6. $k(x) = 4x^2 + 1$ et $a = 0$.

Propriété:
f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx +$.
f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Exercice 2:
Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes puis déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse a. On vérifiera les résultats obtenus à l'aide de la calculatrice.

1. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ et $a = 1$;
2. $g(x) = -x^3 + 3x$ et $a = 2$;
3. $h(x) = -\dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 2x + 1$ et $a = -1$;
4. $i(x) = x^3$ et $a = 1$.

Exercice 3:
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$.

1. Détermine la nature de la fonction f.
2. Étudier les variations de la fonction f.
3. Déterminer la fonction dérivée de f.
4. Étudier le signe de la fonction f'.
5. Quel lien peut-on faire entre le signe de f' et les variations de f ?