Chapitre 9: Échantillonnage

Au sein d'une population, on suppose que la proportion d'un certain caractère est p .

On souhaite estimer sur un échantillon de taille n la fluctuation de la fréquence f d'apparition du caractère.

Si on prélève dans la population au hasard et avec remise, un échantillon de taille n , la variable aléatoire X qui a pour valeurs le nombre possible d'individus de l'échantillon qui possèdent ce caractère suit la loi binomiale de paramètres n et p .

Définition:

L'intervalle de fluctuation à 95% d'une fréquence, sur un échantillon aléatoire de taille n , selon la loi binomiale de paramètres n et p est :

$$\left[\frac{a}{n}; \frac{b}{n} \right]$$

avec a le plus petit entier tel que $P(X \leq a) > 0,025$ et b le plus petit entier tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$.

Règle:

- Si $f \in \left[\frac{a}{n}; \frac{b}{n} \right]$, l'hypothèse est acceptée au risque de 5% ;
- Si $f \notin \left[\frac{a}{n}; \frac{b}{n} \right]$, l'hypothèse est rejetée au risque de 5%.

Exemple:

Dans une urne contenant 4 boules bleues et 6 boules rouges, on effectue 100 tirages avec remise et on s'intéresse à la fréquence f d'apparition d'une boule bleue. On a ainsi réalisé un échantillon de taille $n = 100$.

La variable aléatoire X qui donne le nombre de boules bleues obtenues lors du tirage avec remise de 100 boules suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = \frac{4}{10} = 0,4$.

On détermine à l'aide d'un tableur le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$ et le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$.

Ainsi $a = 31$ et $b = 50$ donc lorsque l'on réalise un échantillon de taille $n = 100$, la fréquence f d'apparition d'une boule bleue appartient à l'intervalle de fluctuation $[0,31; 0,5]$ avec une probabilité de 0,95.