

Corrigé du devoir bilan 7

Exercice 1:

5 points

1. f est une fonction polynôme du troisième degré (avec $a = -2$, $b = 3$, $c = 12$ et $d = 9$) dérivable sur $\mathbb{R}$ et :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3 \times (-2) \times x^2 + 2 \times 3 \times x + 12 \\ &= -6x^2 + 6x + 12 \end{aligned}$$

2. f' est un polynôme du second degré avec $\Delta = 18^2$ donc $f'(x) = 0$ admet $\frac{-6 - 18}{2 \times (-6)} = 2$ et $\frac{-6 + 18}{2 \times (-6)} = -1$ pour solutions.

De plus $a < 0$ donc f' admet donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f(x)$		$-$	$+$	$-$

3. f admet donc le tableau de variations suivants :

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f(x)$				

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 2 29

4. T a pour équation :

$$\begin{aligned} y &= f'(1)(x - 1) + f(1) \\ y &= 12(x - 1) + 22 \\ y &= 12x + 10 \end{aligned}$$

Exercice 2:

2 points

1. $f'(x) = -6x + 6$
2. $g'(x) = 27x^2$

Exercice 3:

4 points

1. $X(\Omega) = \{0; 1; 2; 3\}$.

2.

k	0	1	2	3
$P(X = k)$	0,512	0,384	0,096	0,008
$P(X \leq k)$	0,512	0,896	0,992	1

Exercice 4:

1,5 points

$$\binom{5}{2} = 10, \binom{7}{3} = 35 \text{ et } \binom{12}{2} = 66.$$

Exercice 5:

5,5 points

1. X suit une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{1}{4} = 0,25$.

2. $P(X = 2) = \binom{5}{2} 0,25^2 0,75^3 = 0,264$

3.

k	0	1	2	3	4	5
$P(X = k)$	0,237	0,395	0,264	0,088	0,015	0,001

4. $P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) \simeq 0,632$

5. $P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) \simeq 0,016$

6. $E(X) = 5 \times \frac{1}{4} = 1,25$

Exercice 6:

2 points

1. $E(X) = 870 \times 0,8 = 696$.
2. Lorsque l'on choisit de manière aléatoire (au hasard) 870 jurés dans cette population, la probabilité d'obtenir entre 650 et 750 personnes d'origine mexicaine est de $0,9999 = \frac{9999}{10000}$. En ne choisissant que 339 personnes d'origine mexicaine, la désignation des jurés n'est pas représentative de la population de ce comté. Ainsi il est donc clair que le motif de désignation des jurés est discriminant à l'égard des Américains d'origine mexicaine