

Corrigé du devoir maison 8

Exercice 1:

5 points

1. f est une fonction polynôme du troisième degré (avec $a = -2$, $b = 3$, $c = 0$ et $d = 0$) dérivable sur \mathbb{R} et :

$$\begin{aligned}f'(x) &= 3 \times (-2) \times x^2 + 2 \times 3 \times x \\ &= -6x^2 + 6x\end{aligned}$$

2. g est une fonction polynôme du second degré (avec $a = 7$, $b = 0$ et $c = 1$) dérivable sur \mathbb{R} et :

$$\begin{aligned}g'(x) &= 2 \times 7 \times x \\ &= 14x\end{aligned}$$

3. On développe et on obtient $h(x) = 3x^3 - 3x^2 + 3x - 3$ donc h est une fonction polynôme du troisième degré (avec $a = 3$, $b = -3$, $c = 3$ et $d = -3$) dérivable sur \mathbb{R} et :

$$\begin{aligned}h'(x) &= 3 \times 3 \times x^2 + 2 \times (-3) \times x + 3 \\ &= 9x^2 - 6x + 3\end{aligned}$$

Exercice 2:

6 points

1. f est une fonction polynôme du troisième degré (avec $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$ et $d = 1$) dérivable sur \mathbb{R} et :

$$\begin{aligned}f'(x) &= 3 \times 1 \times x^2 + 2 \times 1 \times x + 1 \\ &= 3x^2 + 2x + 1\end{aligned}$$

f' est un polynôme du second degré avec $\Delta = -8$ donc $f'(x) = 0$ n'admet pas de solutions. De plus $a > 0$ donc $f'(x) > 0$ et f admet le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

2. T a pour équation :

$$\begin{aligned}y &= f'(1)(x-1) + f(1) \\ y &= 6(x-1) + 4 \\ y &= 6x - 2\end{aligned}$$

3. Pour tout réel x ,

$$\begin{aligned}(x+3)(x-1)^2 &= (x+3)(x^2 - 2x + 1) \\ &= x^3 - 2x^2 + x + 3x^2 - 6x + 3 \\ &= x^3 + x^2 - 5x + 3\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}f(x) - (6x - 2) &= x^3 + x^2 + x + 1 - (6x - 2) \\ &= x^3 + x^2 + x + 1 - 6x + 2 \\ &= x^3 + x^2 - 5x + 3\end{aligned}$$

On en déduit que pour tout réel x , $f(x) - (6x - 2) = (x+3)(x-1)^2$

4. Les abscisses des points d'intersections de la courbe \mathcal{C}_f de la fonction f et de T sont solutions de

$$f(x) = 6x - 2 \iff f(x) - (6x - 2) = 0$$

Or

$$(x+3)(x-1)^2 = 0 \iff x+3 = 0 \quad \text{ou} \quad x-1 = 0 \iff x \in \{-3; 1\}$$

Ainsi $f(-3) = 6 \times (-3) - 2 = -20$ et $f(1) = 6 \times 1 - 2 = 4$ donc \mathcal{C}_f et T s'intersectent en $A(-3; -20)$ et $B(1; 4)$.

Exercice 3:

5 points

1. $X(\Omega) = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.
2. Tableau :

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(X = k)$	0,0576	0,1977	0,2965	0,2541	0,1361	0,0467	0,01	0,0012	0,0001
$P(X \leq k)$	0,0576	0,2553	0,5518	0,8059	0,9420	0,9887	0,9987	0,9999	1
$P(X \geq k)$	1	0,9424	0,7447	0,4482	0,1941	0,0580	0,00113	0,0012	0,0001

Exercice 4:

6 points

1. X suit une loi binomiale de paramètres $n = 9$ et $p = 0,25$.
2. $P(X = 3) = \binom{9}{3} 0,25^3 0,75^6 = 0,2336$
3. $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,6007$
4. $P(X \geq 8) = P(X = 8) + P(X = 9) = 0,0001$
5. $E(X) = np = 2,25$.