Nombre dérivé

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - x + x^2 + x^3$.

1. Tracer la courbe de la fonction f à l'aide du logiciel GeoGebra.
2. Déterminer les images de -2, -1, 0, 1 et 2.
3. Placer sur la courbe de la fonction f les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives -2, -1, 0, 1 et 2.
4. Tracer les tangentes à la courbe de la fonction f passant par les points A, B, C, D et E.
5. Déterminer graphiquement les équations de ces cinq droites.

Définition:
Soit f une fonction définie sur un intervalle $[a;b]$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
Si la courbe $\mathcal{C}$ admet en un point $A(a;f(a))$ une tangente non parallèle à l'axe des ordonnées, on appelle nombre dérivé en a ***le nombre égal au coefficient directeur de la tangente*** *à $\mathcal{C}$ en A et on le note $f'(a)$.*
De plus, la tangente à $\mathcal{C}$ en A a pour équation :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

6. Déterminer les nombres dérivées de la fonction f en -2, -1, 0, 1 et 2.
7. Vérifier que les tangentes ont pour équation $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ dans chaque cas.

8. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2 - x + 8$.
   a. Déterminer les images de la fonction g en -3, 0 et 3.
   b. Déterminer les nombres dérivées de la fonction g en -3, 0 et 3.
   c. Déterminer les équations des tangentes à la courbe de la fonction g en -3, 0 et 3.

9. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -(x + 3)^2 + 4$.
   a. Déterminer les images de la fonction h en -3, -2, -1, 0 et 1.
   b. Déterminer les nombres dérivées de la fonction h en -3, -2, -1, 0 et 1.
   c. Déterminer les équations des tangentes à la courbe de la fonction h en -3, -2, -1, 0 et 1.