

Syracuse

L'algorithme de Syracuse définit une suite de nombre de la manière suivante :

- On choisit un nombre entier positif différent de 1 ;
- Si ce nombre est pair, on le divise par 2 sinon on le multiplie par 3 et on ajoute 1 ;
- On réitère le calcul avec le nombre obtenu.

1. On choisi 11 comme nombre de départ, calculer les 20 premiers nombres obtenus avec l'algorithme de Syracuse.
2. Que remarque t-on ?
3. Effectuer le même travail en prenant 25 comme nombre de départ.

On dit qu'on a défini une suite de nombre noté (u_n) avec :

$$u_0 = 25 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}u_n & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

Cette suite de nombre est définie par récurrence. Pour connaître le terme numéro $\boxed{n+1}$ de la suite de nombre (qu'on note u_{n+1}), il faut connaître le terme numéro $\boxed{n}$ de la suite de nombre (qu'on note u_n) et ainsi de suite... Ici, $u_1 = 25$, $u_2 = 76$, $u_3 = 38$, $u_4 = 19$...

On définit pour cette suite :

- le temps de vol : nombre de valeurs de cette suite obtenue avant de tomber sur 1, 1 incluse et u_0 exclue ;
 - l'altitude maximale : plus grande valeur atteinte par cette suite.
4. A l'aide du logiciel Calc de la suite OpenOffice, calculer les 200 premiers termes de la suite de Syracuse pour $u_0 = 126$.
On utilisera la fonction SI du logiciel.
 5. Montrer que pour $u_0 = 298301773$, la suite boucle sur les termes 4, 2, 1.
 6. Calculer l'altitude maximale de la suite à l'aide de la fonction MAX du logiciel selon la valeur prise par u_0 .
 7. A l'aide du logiciel Algobox, écrire un algorithme qui selon la valeur prise par u_0 donne la liste des termes de la suite jusqu'à 1.
 8. Compléter cet algorithme pour qu'il donne aussi le temps de vol et l'altitude maximale de la suite selon la valeur prise par u_0 .