Fonctions et solides

Problème 1

$ABCDEFG$ est un parallélépipède rectangle tel que $AB = 3$, $BC = 4$ et $CG = 6$. On place un point S sur le segment $[AE]$ et on cherche à comparer les volumes de la pyramide $SABCD$ et du tétraèdre $SEHF$.

1. Saisir les points $A(0, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(-4, 3, 0)$, $D(-4, 0, 0)$, $E(0, 0, 6)$, $F(0, 3, 6)$, $G(-4, 3, 6)$ et $H(-4, 0, 6)$.

   Créer > Point > Point repéré > Dans l'espace

2. Créer le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$. Nommer le PR.

   Créer > Solide > Polyèdre convexe > Défini par ses sommets

3. Créer le point S puis le tétraèdre $SEHF$ (on le nommera T) et la pyramide $SABCD$ (on la nommera P)

   Créer > Point > Point libre > Sur un segment

4. Calculer le volume du tétraèdre $SEHF$ (on le nommera VT) et celui de la pyramide $SABCD$ (on le nommera VP) :

   Créer > Numérique > Calcul géométrique > Volume d'un solide

   puis les afficher :

   Créer > Affichage > Variable numérique déjà définie

5. Afficher la longueur du segment $[AS]$:

   Créer > Affichage > Longueur d'un segment

6. Déplacer le point S sur le segment $[AE]$ puis comparer les volumes des deux solides.
7. On pose $AS = x$. Démontrer votre observation.

Problème 2

$ABCDEFG$ est un cube tel que $AB = 4$. Soit M le point du segment $[AB]$ tel que $AM = x$, N le point du segment $[AD]$ tel que $AN = x$ et P le point du segment $[AE]$ tel que $EP = x$. On cherche à détermine la valeur de x pour laquelle le volume du tétraèdre $AMNP$ est minimale.

1. Saisir les points $A(0, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, $C(4, 4, 0)$, $D(4, 0, 0)$, $E(0, 0, 4)$, $F(0, 4, 4)$, $G(4, 4, 4)$ et $H(4, 0, 4)$ puis construire le cube $ABCDEFGH$.
2. Créer la variable x :

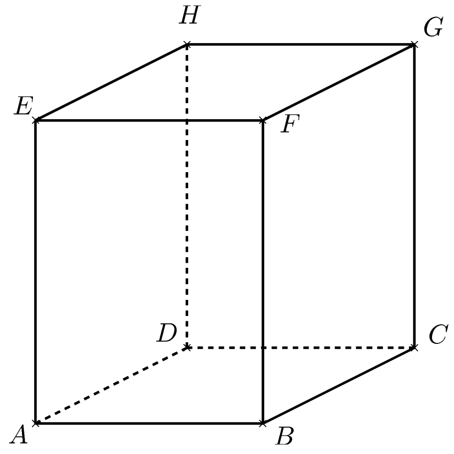
   Créer > Numérique > Variable réelle libre dans un intervalle

3. Créer les points M, N et P puis construire le tétraèdre $AMNP$.

   Créer > Point > Point repéré > Sur une demi-droite

4. Créer le volume du tétraèdre $AMNP$ puis l'afficher ainsi que la variable réelle x.
5. Piloter au clavier la variable réelle x puis répondre à la question initiale.
6. Montrer que pour tout réel x :
$$\frac{-x^3 + 4x^2}{6} - \frac{128}{81} = \frac{-(3x-8)^2(3x+4)}{162}$$
7. En déduire la valeur de x pour laquelle le volume du tétraèdre $AMNP$ est minimale.

Annexe Problème 1



Annexe Problème 2