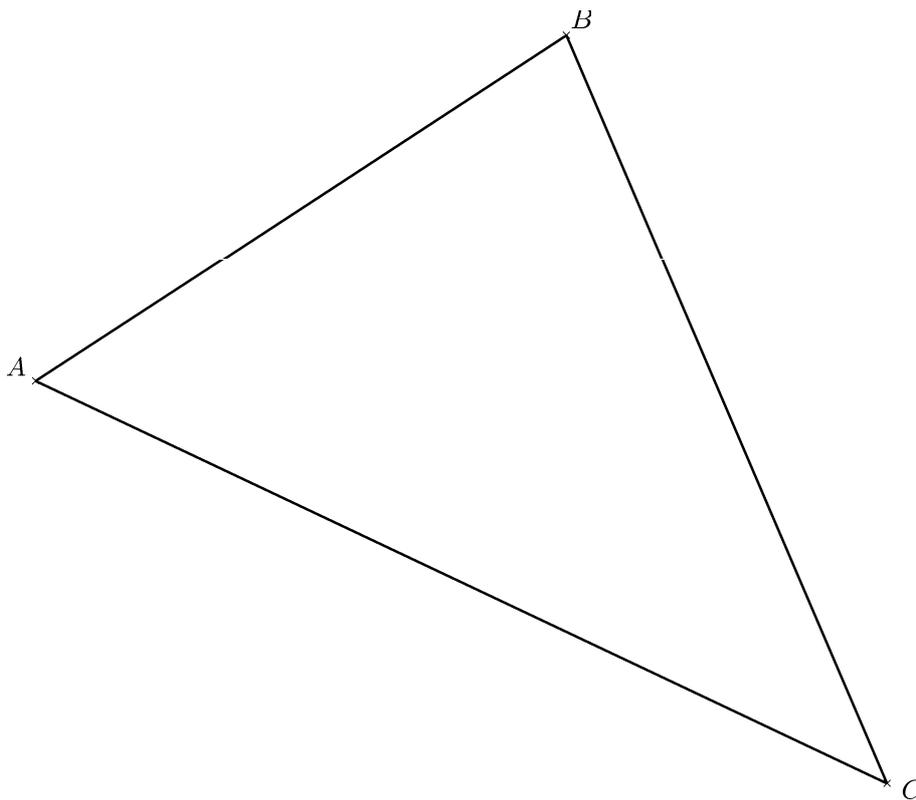


## La droite d'Euler

### A) Observation

1. Placer le point  $G$ , centre de gravité du triangle  $ABC$ .
2. Placer le point  $H$ , orthocentre du triangle  $ABC$ .
3. Placer le point  $\Omega$ , centre du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .
4. Tracer la droite  $(\Omega H)$ . Que peut-on remarquer ?

La droite qui passe par  $G$ ,  $H$  et  $\Omega$  est appelée droite d'Euler<sup>1</sup> du triangle  $ABC$ .



### B) Démonstration

On se place dans un repère orthonormé du plan. Soient  $A(2; 3)$ ,  $B(10; 3)$  et  $C(5; 9)$  trois points du plan.

1. Déterminer les coordonnées du point  $G$ , centre de gravité du triangle  $ABC$ .
2.
  - a. Montrer que la droite d'équation  $x = 6$  est la médiatrice du segment  $[AB]$ .
  - b. Montrer que la droite d'équation  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{31}{4}$  est la médiatrice du segment  $[AC]$ .
  - c. En déduire les coordonnées du point  $H$ , orthocentre du triangle  $ABC$ .
3.
  - a. Montrer que la droite d'équation  $y = -\frac{1}{2}x + 8$  est la hauteur issue de  $A$  dans le triangle  $ABC$ .
  - b. Montrer que la droite d'équation  $x = 5$  est la hauteur issue de  $C$  dans le triangle  $ABC$ .
  - c. En déduire les coordonnées du point  $\Omega$ , centre du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .
4. Montrer que les points  $G$ ,  $H$  et  $\Omega$  sont alignés.
5. Déterminer le périmètre et l'aire du triangle  $ABC$ .

1. Leonhard Euler (1707-1783) mathématicien suisse qui montra le premier l'alignement de ces trois points