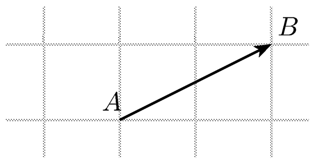
# Chapitre 2: Vecteurs 1

## 1 Notion de vecteur

### 1.1 Définition

**Définition:**
*Soit $A$ et $B$ deux points distincts du plan, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :*

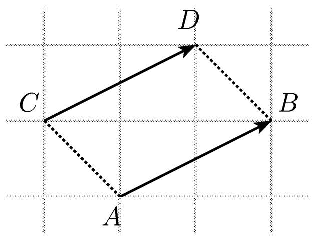
- *sa direction : celle de la droite $(AB)$ et de toutes les droites parallèles à $(AB)$ ;*
- *son sens : celui de $A$ vers $B$ ;*
- *sa longueur : la distance $AB$ qu'on appelle aussi la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ noté $\|\overrightarrow{AB}\|$.*




**Remarque:**
*Si $A = B$, le vecteur $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA}$ s'appelle le vecteur nul et est noté $\overrightarrow{0}$.*
*Le vecteur n'a ni direction ni sens, sa longueur est égale à 0.*

### 1.2 Égalité de deux vecteurs

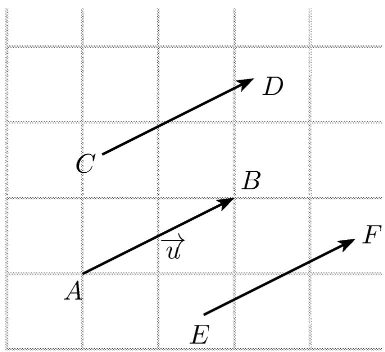
**Définition:**
*Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux si et seulement si $D$ est l'image de $C$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.*




**Conséquences :**

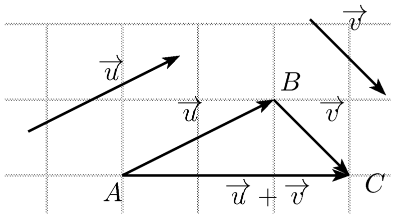
- Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ non-nuls sont égaux s'ils ont même direction, même sens et même longueur.
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme (qui peut-être aplati).

**Remarque:**
*Soit $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$ un vecteur non-nul du plan, on peut tracer à partir de n'importe quel point du plan un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{u}$. On dit que le vecteur $\overrightarrow{u}$ a une infinité de représentants !*



## 2 Additions de vecteurs

La somme de deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ est le vecteur noté $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$ que l'on peut représenté de la manière suivante :
On choisit un point $A$ quelconque, on place les points $B$ et $C$ tels que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{v}$, alors le vecteur $\overrightarrow{AC}$ représente le vecteur $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$.

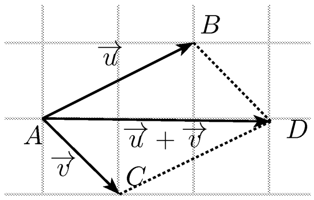



**Relation de Chasles :**

Pour tous points $A$, $B$ et $C$ :

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

La somme de deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ peut aussi être représenté de la manière suivante :
On choisit un point $A$ quelconque, on place les points $B$ et $C$ tels que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{v}$, alors le vecteur $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}=\overrightarrow{AD}$ tel que $ABDC$ soit un parallélogramme éventuellement aplati.




**Règle du parallélogramme :**

Pour tous points $A$, $B$ et $C$ :

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$$

où $D$ est tel que $ABDC$ soit un parallélogramme éventuellement aplati.

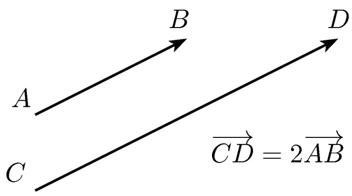
## 3 Produit d'un vecteur par un réel

**Définition:**
*Soit $\overrightarrow{AB}$ un vecteur non-nul du plan et $\lambda$ un nombre réel non-nul :*

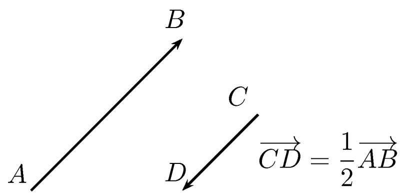
- *Le vecteur $\lambda\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ a même direction que $\overrightarrow{AB}$, c'est à dire que $(AB)\backslash\backslash(CD)$*

$\boxed{\textit{si } \lambda>0}$
- *$\overrightarrow{CD}$ a même sens que $\overrightarrow{AB}$*
- *$CD=\lambda\times AB$*

*Exemples :*




$\boxed{\textit{si } \lambda<0}$
- *$\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont de sens contraire*
- *$CD=-\lambda\times AB$*




**Remarques:**
- *Si $\lambda=0$ ou si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}$ alors $\lambda\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}$.*
- *Si $\lambda=-1$ :*
  - *On dit que $\overrightarrow{AB}$ et $-\overrightarrow{AB}$ sont opposés ;*
  - *Le vecteur qui a même longueur et même direction que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ mais qui a le sens opposés est le vecteur $\overrightarrow{BA}$ donc :*

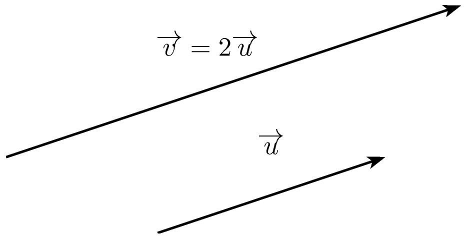
$$-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$$

**Propriété:**
*Pour tous réels $\lambda$ et $\beta$ et pour tous vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ :*
- $\lambda(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v})=\lambda\overrightarrow{u}+\lambda\overrightarrow{v}$
- $(\lambda+\beta)\overrightarrow{u}=\lambda\overrightarrow{u}+\beta\overrightarrow{u}$
- $\lambda(\beta\overrightarrow{u})=\lambda\beta\overrightarrow{u}$

# 4 Vecteurs colinéaires

**Définition:**
*Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si et seulement si l'un est le produit de l'autre par un réel.*

**Exemple:**
$\overrightarrow{v} = 2\overrightarrow{u}$ *donc* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *sont colinéaires.*




**Remarque:**
*Le vecteur nul est donc colinéaire à tous les vecteurs.*

**Propriété:**
*Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont deux vecteurs non-nuls, on a les équivalences suivantes :*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *(AB) et (CD) sont parallèles* | $\Leftrightarrow$ | *$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires* | $\Leftrightarrow$ | *il existe un nombre $\lambda$ tel que $\overrightarrow{CD} = \lambda\overrightarrow{AB}$* |

**Propriété:**
*Trois points distincts du plan $A$, $B$ et $C$ sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.*

**Preuve :**

$A$, $B$ et $C$ sont alignés et distincts $\Leftrightarrow (AB)\backslash\backslash(AC) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires