Vecteurs mobiles

Exercice 1 :

ABC est un triangle et M un point quelconque du plan.
On va étudier le comportement du point N définie par $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ lorsque M se déplace dans le plan.

1. A l'aide du logiciel GeoGebra :
   a. Construire un triangle ABC et placer un point M.
   b. Pour construire le point N, entrer dans le barre de saisie :
   $$\boxed{N = M + vecteur[M, A] + vecteur[M, B] - vecteur[M, C]}$$
   c. Tracer le vecteur $\overrightarrow{MN}$.
   d. Déplacer M. Que remarque-t-on ?
2. Démonstration
   a. Montrer que $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CA}$.
   b. En déduire que $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CA}$.

Ici, la position du point N est indépendante de celle du point M !

Exercice 2 :

A et B sont deux points donnés et M un point quelconque du plan.
On va étudier le comportement du point N définie par $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}$ lorsque M se déplace dans le plan.

1. A l'aide du logiciel GeoGebra :
   a. Construire un segment $[AB]$ et placer un point M.
   b. Pour construire le point N, entrer dans le barre de saisie :
   $$\boxed{N = M + vecteur[M, A] + 2 * vecteur[M, B]}$$
   c. Tracer la droite (MN).
   d. Déplacer M. Que remarque-t-on ?
   e. Construire I, le point d'intersection du segment $[AB]$ et de la droite (MN).
   f. Entrer dans le barre de saisie :
   $\boxed{distance[A, I]/distance[A, B]}$ puis $\boxed{distance[N, I]/distance[N, M]}$
   Quelles sont les valeurs de ces rapports ?
2. Démonstration :
   On note I le point tel que $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$
   a. Montrer que $\overrightarrow{AI} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$
   b. Montrer que $\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{MI}$.
   c. En déduire que M, N et I sont alignés.