Chapitre 9: Fonction inverse

1 Fonction inverse

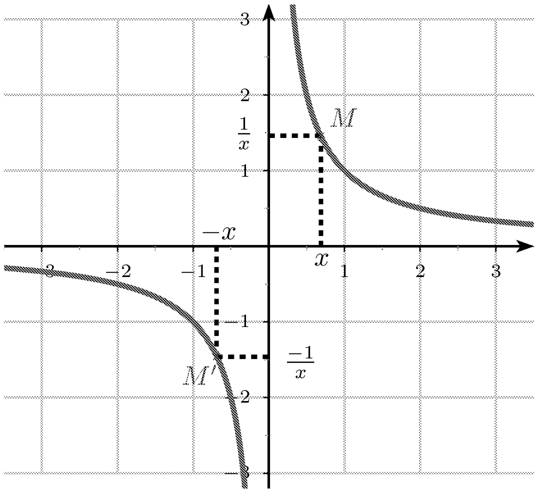
Définition:
La fonction inverse est la fonction définie sur $]-\infty;+\infty[=\mathbb{R}^\star$ *par :*

$$f : x \longmapsto \frac{1}{x}$$

Théorème:
La fonction inverse est strictement décroissante sur l'intervalle $]-\infty;0[$ *et strictement décroissante sur l'intervalle* $]0;+\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$

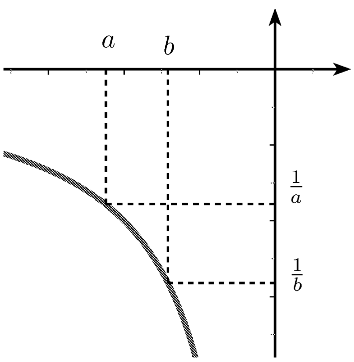
Propriété:
- *La représentation graphique de la fonction inverse est une hyperbole.*



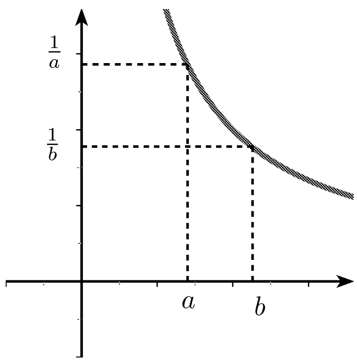
- *Pour tout réel* x *non-nul,* $f(-x)=-f(x)$.
  Les points $M(x;f(x))$ *et* $M'(-x;f(-x))$ *sont symétriques par rapport à l'origine. L'hyperbole est symétrique par rapport à l'origine du repère.*

Théorème:
Pour tous nombres réels a *et* b *de même signe :*

$$a<b \Leftrightarrow \frac{1}{a}>\frac{1}{b}$$



Autrement dit, deux nombres non-nuls de même signe sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.



2 Fonctions homographiques

2.1 Définition

Définition:
On appelle fonction homographique toute fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ par $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ où a, b, c et d sont des nombres réels avec $c\neq 0$ et $ad-bc\neq 0$

Remarque:
La courbe représentative d'une fonction homographique est une hyperbole.

Exemple:
La fonction f définie par $f(x)=\dfrac{-x+1}{2x-3}$ est une fonction homographique avec $a=-1$, $b=1$, $c=2$ et $d=-3$.

Son domaine de définition est $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.