Fonctions et solides

Problème 1

$ABCDEFG$ est un parallélépipède rectangle tel que $AB = 3$, $BC = 4$ et $CG = 6$. On place un point S sur le segment $[AE]$ et on cherche à comparer les volumes de la pyramide $SABCD$ et du tétraèdre $SEHF$.

1. Saisir les points $A(0,0,0)$, $B(0,3,0)$, $C(-4,3,0)$, $D(-4,0,0)$, $E(0,0,6)$, $F(0,3,6)$, $G(-4,3,6)$ et $H(-4,0,6)$.

   $\boxed{\text{Créer}} > \boxed{\text{Point}} > \boxed{\text{Point repéré}} > \boxed{\text{Dans l'espace}}$

2. Créer le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$. Nommer le PR.

   $\boxed{\text{Créer}} > \boxed{\text{Solide}} > \boxed{\text{Polyèdre convexe}} > \boxed{\text{Défini par ses sommets}}$

3. Créer le point S puis le tétraèdre $SEHF$ (on le nommera T) et la pyramide $SABCD$ (on la nommera P)

   $\boxed{\text{Créer}} > \boxed{\text{Point}} > \boxed{\text{Point libre}} > \boxed{\text{Sur un segment}}$

4. Calculer le volume du tétraèdre $SEHF$ (on le nommera VT) et celui de la pyramide $SABCD$ (on le nommera VP) :

   $\boxed{\text{Créer}} > \boxed{\text{Numérique}} > \boxed{\text{Calcul géométrique}} > \boxed{\text{Volume d'un solide}}$

   puis les afficher :

   $\boxed{\text{Créer}} > \boxed{\text{Affichage}} > \boxed{\text{Variable numérique déjà définie}}$

5. Afficher la longueur du segment $[AS]$:

   $\boxed{\text{Créer}} > \boxed{\text{Affichage}} > \boxed{\text{Longueur d'un segment}}$

6. Déplacer le point S sur le segment $[AE]$ puis comparer les volumes des deux solides.
7. On pose $AS = x$.
8. Déterminer le volume V_P de la pyramide $SABCD$ en fonction de x.
9. Déterminer le volume V_T du tétraèdre $SEHF$ en fonction de x.
10. Démontrer votre observation.

Problème 2

$ABCDEFG$ est un cube tel que $AB = 4$. Soit M le point du segment $[AB]$ tel que $AM = x$, N le point du segment $[AD]$ tel que $AN = x$ et P le point du segment $[AE]$ tel que $EP = x$. On cherche à détermine la valeur de x pour laquelle le volume du tétraèdre $AMNP$ est minimale.

1. Saisir les points $A(0,0,0)$, $B(0,4,0)$, $C(4,4,0)$, $D(4,0,0)$, $E(0,0,4)$, $F(0,4,4)$, $G(4,4,4)$ et $H(4,0,4)$ puis construire le cube $ABCDEFGH$.
2. Créer la variable x :

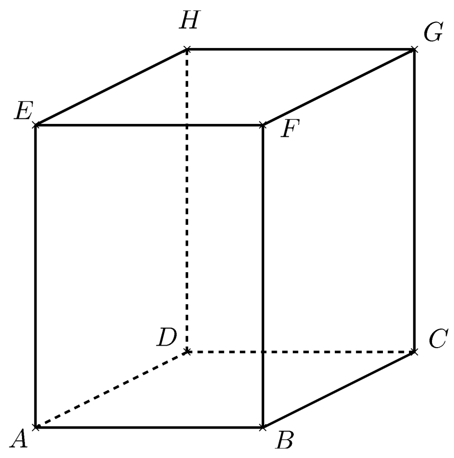
   $\boxed{\text{Créer}} > \boxed{\text{Numérique}} > \boxed{\text{Variable réelle libre dans un intervalle}}$

3. Créer les points M, N et P puis construire le tétraèdre $AMNP$.

   $\boxed{\text{Créer}} > \boxed{\text{Point}} > \boxed{\text{Point repéré}} > \boxed{\text{Sur une demi-droite}}$

4. Créer le volume du tétraèdre $AMNP$ puis l'afficher ainsi que la variable réelle x.
5. Piloter au clavier la variable réelle x puis répondre à la question initiale.
6. Déterminer le volume V du tétraèdre $AMNP$ en fonction de x.
7. Tracer la courbe de la fonction V sur $[0;4]$ puis en déduire graphiquement le minimum de V sur $[0;4]$.
8. Montrer que pour tout réel x :
$$\frac{-x^3+4x^2}{6} - \frac{128}{81} = \frac{-(3x-8)^2(3x+4)}{162}$$
9. En déduire la valeur de x pour laquelle le volume du tétraèdre $AMNP$ est minimale.

Annexe Problème 1



Annexe Problème 2