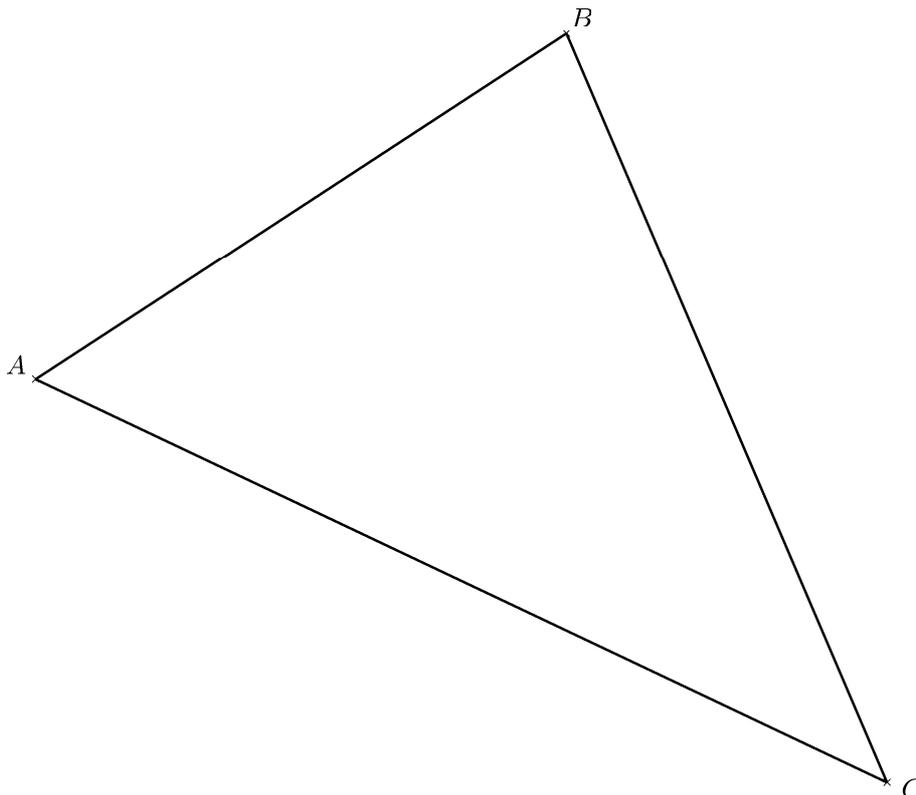


La droite d'Euler

A) Observation

1. Placer le point G , centre de gravité du triangle ABC .
2. Placer le point H , orthocentre du triangle ABC .
3. Placer le point Ω , centre du cercle circonscrit au triangle ABC .
4. Tracer la droite (ΩH) . Que peut-on remarquer ?

La droite qui passe par G , H et Ω est appelée droite d'Euler¹ du triangle ABC .



B) Démonstration

On se place dans un repère orthonormée du plan. Soient $A(2; 3)$, $B(10; 3)$ et $C(5; 9)$ trois points du plan.

1. Déterminer les coordonnées du point G , centre de gravité du triangle ABC .
2. a. Montrer que la droite d'équation $x = 6$ est la médiatrice du segment $[AB]$.
 b. Montrer que la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x + \frac{31}{4}$ est la médiatrice du segment $[AC]$.
 c. En déduire les coordonnées du point H , orthocentre du triangle ABC .
3. a. Montrer que la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 8$ est la hauteur issue de A dans le triangle ABC .
 b. Montrer que la droite d'équation $x = 5$ est la hauteur issue de C dans le triangle ABC .
 c. En déduire les coordonnées du point Ω , centre du cercle circonscrit au triangle ABC .
4. Montrer que les points G , H et Ω sont alignés.
5. Déterminer le périmètre et l'aire du triangle ABC .

1. Leonhard Euler (1707-1783) mathématicien suisse qui montra le premier l'alignement de ces trois points