

Chapitre 5: Fonction polynômes du second degré

1 Fonction carré

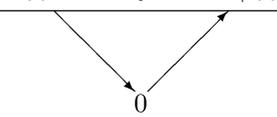
Définition:

La fonction carré est la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f : x \mapsto x^2$$

Théorème:

La fonction $f : x \mapsto x^2$ définie sur \mathbb{R} est strictement décroissante sur l'intervalle $] -\infty; 0]$ et strictement croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

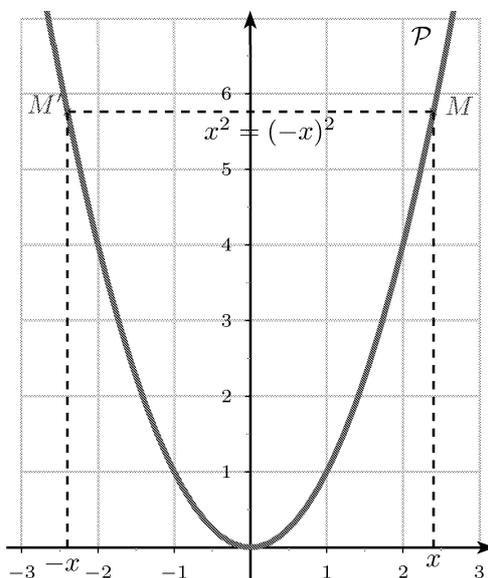
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

Remarques:

- 0 est le minimum de la fonction carré sur \mathbb{R} , il est atteint pour $x = 0$
- Pour tout nombre réel x , $f(x) \geq 0$. On dit que la fonction carré est positive.

Propriété:

La représentation graphique de la fonction carré est une parabole.

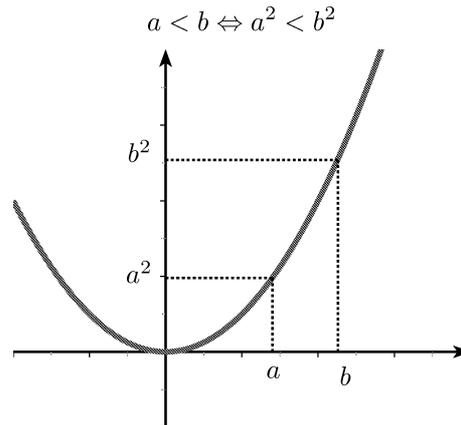


Remarques:

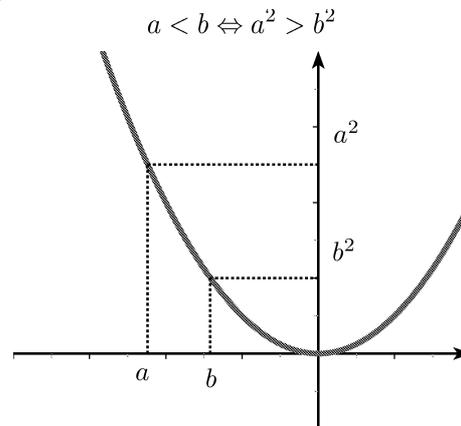
- L'origine O est le sommet de cette parabole.
- Pour tout réel x , $f(-x) = f(x)$.
 - Les points $M(x; f(x))$ et $M'(-x; f(-x))$ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées qui est alors un axe de symétrie de la parabole.
 - La fonction carré est dite paire.

Théorème:

- Pour tous nombres réels positifs a et b :



- Pour tous nombres réels négatifs a et b :

**Remarque:**

Le symbole \Leftrightarrow signifie "équivalent à".

2 Fonctions polynômes du second degré

2.1 Définition

Définition:

On appelle fonction polynôme du second degré toute fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont trois nombres réels avec $a \neq 0$.

Remarque:

Les fonctions polynôme du second degré sont aussi appelées trinôme du second degré.

Exemples:

- $f(x) = 5x^2 + 4x - 3$ est un trinôme du second degré avec $a = 5$, $b = 4$ et $c = -3$.
- $g(x) = -3(x - 4)(x + 5)$ est un trinôme du second degré avec $a = -3$, $b = -3$ et $c = 60$ puisque :

$$\begin{aligned}
 g(x) &= -3(x - 4)(x + 5) \\
 &= (-3x + 12)(x + 5) \\
 &= -3x^2 - 15x + 12x + 60 \\
 &= -3x^2 - 3x + 60
 \end{aligned}$$

2.2 Courbes représentatives et sens de variation

Propriété:

Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- Si $a > 0$ alors la représentation graphique de la fonction f est une parabole ayant "les branches tournées vers le haut" et f admet le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$			

- Si $a < 0$ alors la représentation graphique de la fonction f est une parabole ayant "les branches tournées vers le bas" et f admet le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$			

Remarque:

Dans un repère orthogonal, la droite d'équation $x = \frac{-b}{2a}$ est un axe de symétrie de la parabole.

