

Chapitre 6: Vecteurs et coordonnées

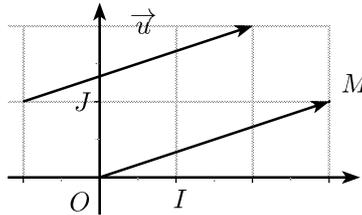
1 Vecteurs et coordonnées

Définition:

Dans un repère (O, I, J) , les coordonnées du vecteur \vec{u} sont celles du point M tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$.

Exemple:

Les coordonnées de M sont $(3; -1)$ donc \vec{u} a pour coordonnées $(3; -1)$.



Remarque:

- Le vecteur nul $\vec{0}$ a pour coordonnées $(0; 0)$

Propriété:

Dans un repère (O, I, J) ,

les vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ sont égaux si et seulement si $x = x'$ et $y = y'$.

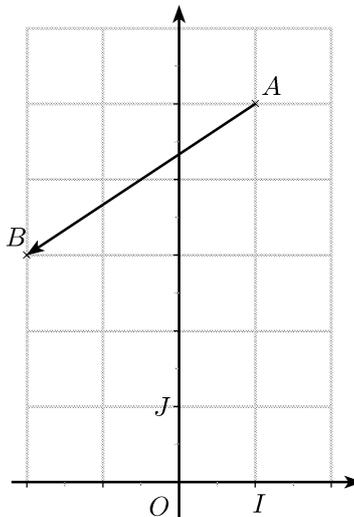
Théorème:

Dans un repère (O, I, J) , on a $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors :

les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} sont $(x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Exemple:

$A(1; 5)$ et $B(-2; 3)$ alors $x_B - x_A = -2 - 1 = -3$ et $y_B - y_A = 3 - 5 = -2$ donc $\overrightarrow{AB}(-3; -2)$



2 Somme de vecteurs et multiplication d'un vecteur par un nombre

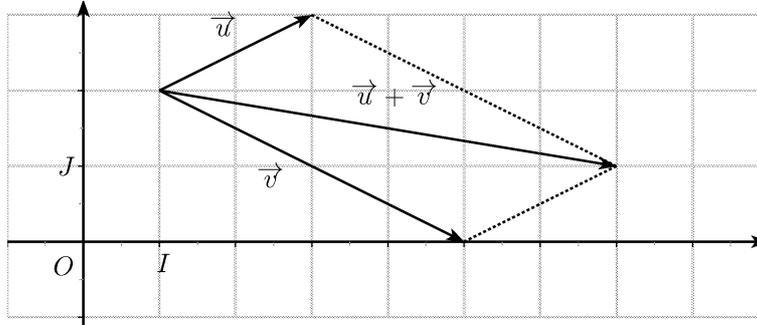
Théorème:

Dans un repère (O, I, J) , on a $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ alors :

les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ sont $(x + x'; y + y')$.

Exemple:

$\vec{u}(4; -2)$ et $\vec{v}(2; 1)$ donc $\vec{u} + \vec{v}(5; -1)$



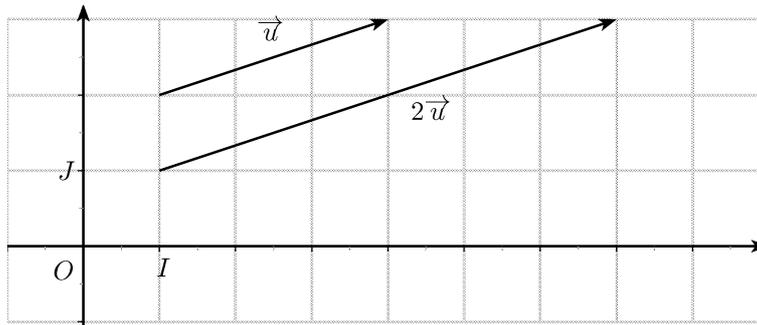
Théorème:

Dans un repère (O, I, J) , on a $\vec{u}(x; y)$ et λ un nombre réel alors :

les coordonnées du vecteur $\lambda\vec{u}$ sont $(\lambda x; \lambda y)$.

Exemple:

$\vec{u}(3; 1)$ donc $2\vec{u}(6; 2)$



3 Colinéarité

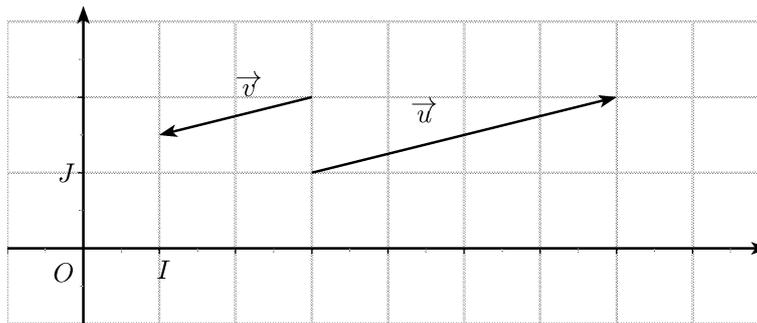
Théorème:

Dans un repère (O, I, J) , on a $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ alors :

\vec{u} et \vec{v} sont colinéaires si et seulement si $xy' - x'y = 0$

Exemple:

$\vec{u}(4; -1)$ et $\vec{v}\left(-2; \frac{1}{2}\right)$ et $4 \times \frac{1}{2} - (-2) \times (-1) = 0$ donc \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.



4 Coordonnées du milieu

Théorème:

Dans un repère (O, I, J) , on a $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors les coordonnées du milieu du segment $[AB]$ sont :

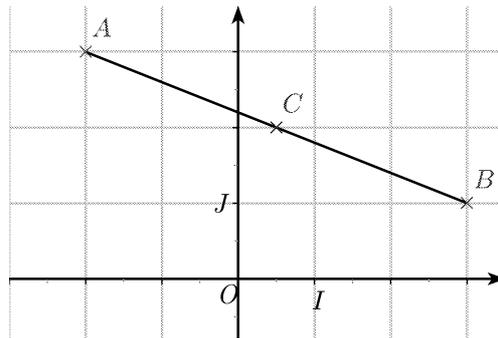
$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Exemple:

$A(-2; 3)$ et $B(3; 1)$, on a :

$$\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 + 1}{2} = 2$$

donc le milieu C du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$



5 Distance dans le plan

Théorème:

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , la distance AB entre deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ est :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemple:

$A(-2; 3)$ et $B(3; 1)$, on a :

$$AB = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{5^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$$