Devoir maison 10

- Ce devoir est à rendre sous forme numérique (DM10-nom-prenom-201.odt).
- La qualité de la mise en page et de la présentation seront évaluées.
- Pour chacun des deux exercices, on utilisera le logiciel Geoplan-Geospace (téléchargeable gratuitement).

Exercice 1: 10 points

$ABCDEFG$ est un parallélépipède rectangle tel que $AB = 3$, $BC = 4$ et $CG = 6$. On place un point S sur le segment $[AE]$.

On cherche à comparer les volumes de la pyramide $SABCD$ et du tétraèdre $SEHF$.

- Saisir les points $A(0,0,0)$, $B(0,3,0)$, $C(-4,3,0)$, $D(-4,0,0)$, $E(0,0,6)$, $F(0,3,6)$, $G(-4,3,6)$ et $H(-4,0,6)$.
- Créer le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$. Nommer le PR.
- Créer le point S puis le tétraèdre $SEHF$ (on le nommera T) et la pyramide $SABCD$ (on la nommera P)
- Calculer le volume du tétraèdre $SEHF$ (on le nommera VT) et celui de la pyramide $SABCD$ (on le nommera VP) : puis les afficher :
- Afficher la longueur du segment $[AS]$:

1. Déplacer le point S sur le segment $[AE]$ puis comparer les volumes des deux solides.
2. On pose $AS = x$. Déterminer le volume V_P de la pyramide $SABCD$ en fonction de x.
3. Déterminer le volume V_T du tétraèdre $SEHF$ en fonction de x.
4. Démontrer votre observation.

Exercice 2: 10 points

$ABCDEFG$ est un cube tel que $AB = 4$. Soit M le point du segment $[AB]$ tel que $AM = x$, N le point du segment $[AD]$ tel que $AN = x$ et P le point du segment $[AE]$ tel que $EP = x$.

On cherche à détermine la valeur de x pour laquelle le volume du tétraèdre $AMNP$ est maximale.

- Saisir les points $A(0,0,0)$, $B(0,4,0)$, $C(4,4,0)$, $D(4,0,0)$, $E(0,0,4)$, $F(0,4,4)$, $G(4,4,4)$ et $H(4,0,4)$ puis construire le cube $ABCDEFGH$.
- Créer la variable x :
- Créer les points M, N et P puis construire le tétraèdre $AMNP$.
- Créer le volume du tétraèdre $AMNP$ puis l'afficher ainsi que la variable réelle x.

1. Piloter au clavier la variable réelle x puis répondre à la question initiale.
2. Déterminer le volume V du tétraèdre $AMNP$ en fonction de x.
3. Tracer la courbe de la fonction V sur $[0;4]$ puis en déduire graphiquement le maximum de V sur $[0;4]$.
4. Montrer que pour tout réel x :
$$\frac{-x^3+4x^2}{6} - \frac{128}{81} = \frac{-(3x-8)^2(3x+4)}{162}$$
5. En déduire la valeur de x pour laquelle le volume du tétraèdre $AMNP$ est maximale.