

Anniversaires

Dans cette activité, on s'intéresse à la probabilité qu'au moins deux élèves d'une même classe aient la même date d'anniversaire. Pour simplifier le problème, on considère une année non-bissextile et on numérote les jours de 1 à 365.

1. Déterminer le jour de l'année qui correspond à votre date d'anniversaire.
2. Deux personnes de la classe ont-elles la même date d'anniversaire?
3. Déterminer la probabilité que deux personnes n'aient pas la même date d'anniversaire. En déduire la probabilité que deux personnes aient la même date d'anniversaire.
4. Déterminer la probabilité que trois personnes n'aient pas la même date d'anniversaire. En déduire la probabilité qu'au moins deux personnes parmi un groupe de trois personnes aient la même date d'anniversaire.

On note A_n l'événement « Dans une classe de n élèves, toutes les dates d'anniversaires sont différentes ».

5. Traduire par une phrase l'événement $\overline{A_n}$.
6. Justifier que :

$$P(A_{n+1}) = P(A_n) \times \frac{365 - n}{365}$$

7. Quelle est la probabilité que deux élèves de la classe aient la même date d'anniversaire?
8. Combien d'élèves faut-il dans une classe pour que la probabilité d'avoir au moins deux élèves ayant le même jour d'anniversaire soit supérieure à 0,8?
9. Proposer un algorithme permettant de calculer $P(A_n)$ pour tout entier n .
10. Proposer un algorithme permettant de calculer $P(\overline{A_n})$ pour tout entier n .