

# Chapitre 5: Fonctions polynômes du second degré

## 1 Fonction carré

### Définition:

La fonction carré est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f : x \mapsto x^2$$

### Théorème:

La fonction  $f : x \mapsto x^2$  définie sur  $\mathbb{R}$  est strictement décroissante sur l'intervalle  $] -\infty; 0]$  et strictement croissante sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ .

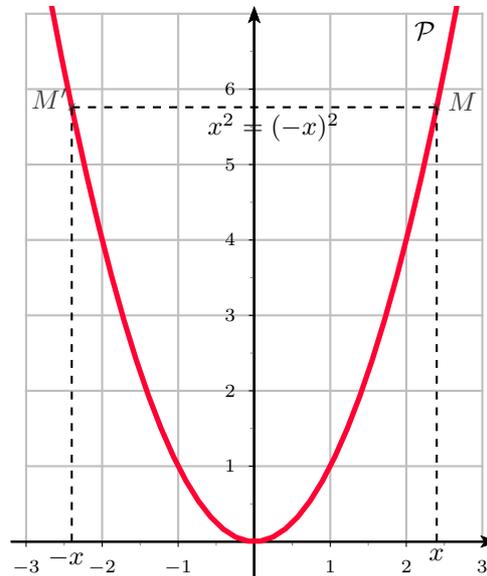
$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$			

### Remarques:

- 0 est le minimum de la fonction carré sur  $\mathbb{R}$ , il est atteint pour  $x = 0$
- Pour tout nombre réel  $x$ ,  $f(x) \geq 0$ . On dit que la fonction carré est positive.

### Propriété:

La représentation graphique de la fonction carré est une parabole.

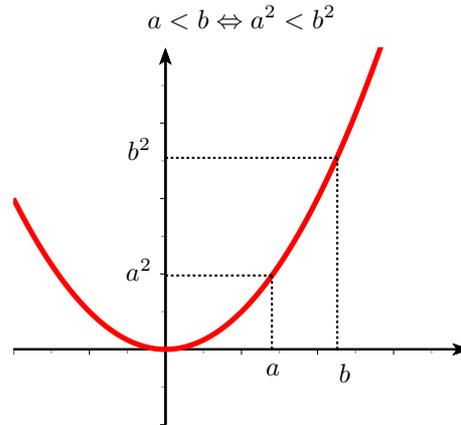


### Remarques:

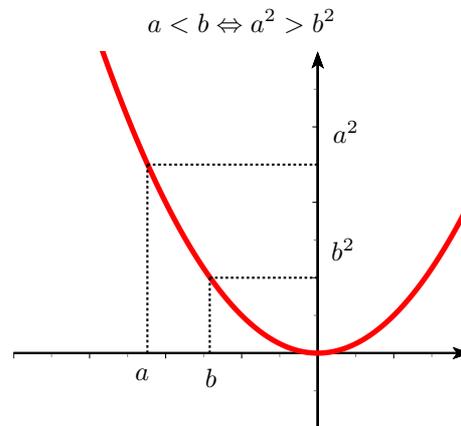
- L'origine  $O$  est le sommet de cette parabole.
- Pour tout réel  $x$ ,  $f(-x) = f(x)$ .
  - Les points  $M(x; f(x))$  et  $M'(-x; f(-x))$  sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées qui est alors un axe de symétrie de la parabole.
  - La fonction carré est dite paire.

**Théorème:**

- Pour tous nombres réels positifs  $a$  et  $b$  :



- Pour tous nombres réels négatifs  $a$  et  $b$  :

**Remarque:**

Le symbole  $\Leftrightarrow$  signifie "équivalent à".

## 2 Fonctions polynômes du second degré

### 2.1 Définition

**Définition:**

On appelle fonction polynôme du second degré toute fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois nombres réels avec  $a \neq 0$ .

**Remarque:**

Les fonctions polynôme du second degré sont aussi appelées trinôme du second degré.

**Exemples:**

- $f(x) = 5x^2 + 4x - 3$  est un trinôme du second degré avec  $a = 5$ ,  $b = 4$  et  $c = -3$ .
- $g(x) = -3(x - 4)(x + 5)$  est un trinôme du second degré avec  $a = -3$ ,  $b = -3$  et  $c = 60$  puisque :

$$\begin{aligned}
 g(x) &= -3(x - 4)(x + 5) \\
 &= (-3x + 12)(x + 5) \\
 &= -3x^2 - 15x + 12x + 60 \\
 &= -3x^2 - 3x + 60
 \end{aligned}$$

## 2.2 Courbes représentatives et sens de variation

### Propriété:

Soit  $f$  une fonction polynôme du second degré définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

- Si  $a > 0$  alors la représentation graphique de la fonction  $f$  est une parabole ayant "les branches tournées vers le haut" et  $f$  admet le tableau de variation suivant :

$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$			

- Si  $a < 0$  alors la représentation graphique de la fonction  $f$  est une parabole ayant "les branches tournées vers le bas" et  $f$  admet le tableau de variation suivant :

$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$			

### Remarque:

Dans un repère orthogonal, la droite d'équation  $x = \frac{-b}{2a}$  est un axe de symétrie de la parabole.

