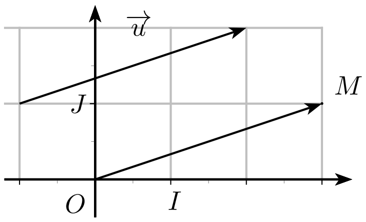
Chapitre 6: Vecteurs et coordonnées

1 Vecteurs et coordonnées

Définition:
Dans un repère (O, I, J), les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u}$ sont celles du point M tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{u}$.

Exemple:
Les coordonnées de M sont $(3; -1)$ donc $\overrightarrow{u}$ a pour coordonnées $(3; -1)$.



Remarque:
• *Le vecteur nul $\overrightarrow{0}$ a pour coordonnées $(0; 0)$*

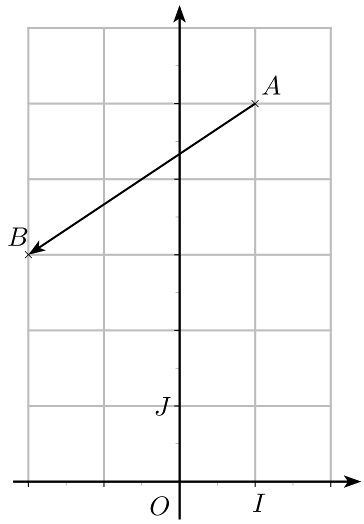
Propriété:
Dans un repère (O, I, J),

les vecteurs $\overrightarrow{u}(x; y)$ et $\overrightarrow{v}(x'; y')$ sont égaux si et seulement si $x = x'$ et $y = y'$.

Théorème:
Dans un repère (O, I, J), on a $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors :

les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $(x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Exemple:
$A(1; 5)$ et $B(-2; 3)$ alors $x_B - x_A = -2 - 1 = -3$ et $y_B - y_A = 3 - 5 = -2$ donc $\overrightarrow{AB}(-3; -2)$

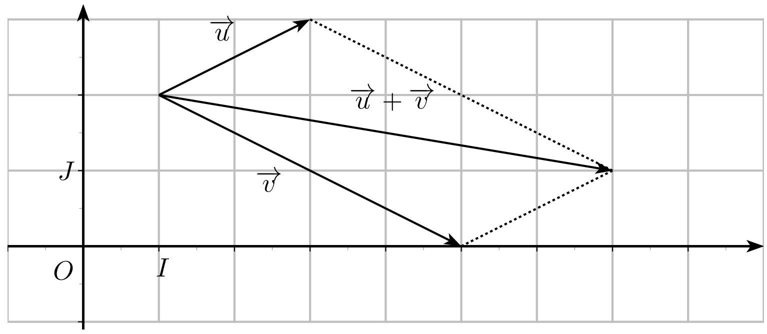


2 Somme de vecteurs et multiplication d'un vecteur par un nombre

Théorème:
Dans un repère (O, I, J), on a $\overrightarrow{u}(x; y)$ et $\overrightarrow{v}(x'; y')$ alors :

les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ sont $(x + x'; y + y')$.

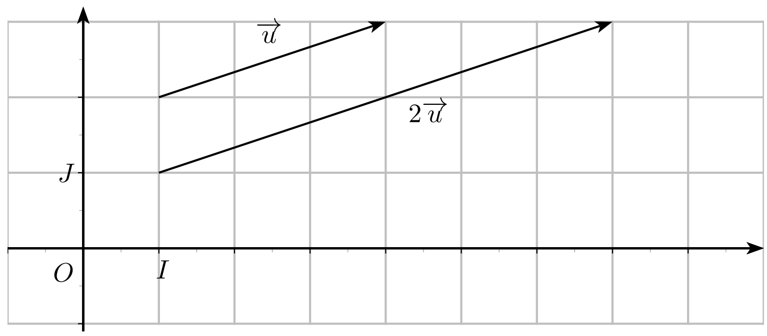
Exemple:
$\overrightarrow{u}(4; -2)$ *et* $\overrightarrow{u}(2; 1)$ *donc* $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}(5; -1)$



Théorème:
Dans un repère (O, I, J), on a $\overrightarrow{u}(x; y)$ et λ un nombre réel alors :

les coordonnées du vecteur $\lambda\overrightarrow{u}$ sont $(\lambda x; \lambda y)$.

Exemple:
$\overrightarrow{u}(3; 1)$ *donc* $2\overrightarrow{u}(6; 2)$

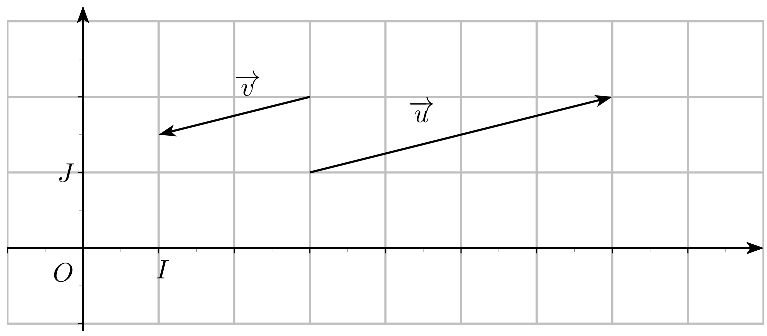


3 Colinéarité

Théorème:
Dans un repère (O, I, J), on a $\overrightarrow{u}(x; y)$ et $\overrightarrow{v}(x'; y')$ alors :

$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si et seulement si $xy' - x'y = 0$

Exemple:
$\overrightarrow{u}(4; 1)$ *et* $\overrightarrow{v}\left(-2; -\dfrac{1}{2}\right)$ *et* $4 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) - (-2) \times 1 = 0$ *donc* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *sont colinéaires.*



4 Coordonnées du milieu

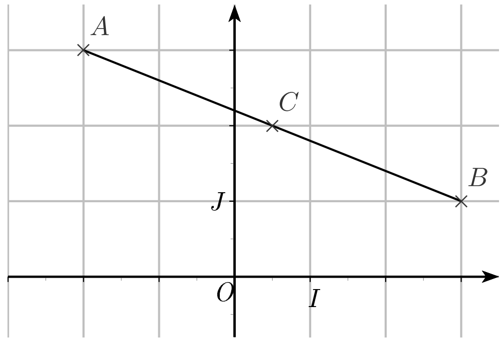
Théorème:
Dans un repère (O, I, J), on a $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors les coordonnées du milieu du segment $[AB]$ sont :

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Exemple:
$A(-2; 3)$ *et* $B\,(3; 1)$*, on a :*

$$\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2} \qquad et \qquad \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+1}{2} = 2$$

donc le milieu C *du segment* $[AB]$ *a pour coordonnées* $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$



5 Distance dans le plan

Théorème:
Dans un repère orthonormé (O, I, J), la distance AB entre deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ est :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemple:
$A(-2; 3)$ *et* $B\,(3; 1)$*, on a :*

$$AB = \sqrt{(3-(-2))^2 + (1-3)^2} = \sqrt{5^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$$