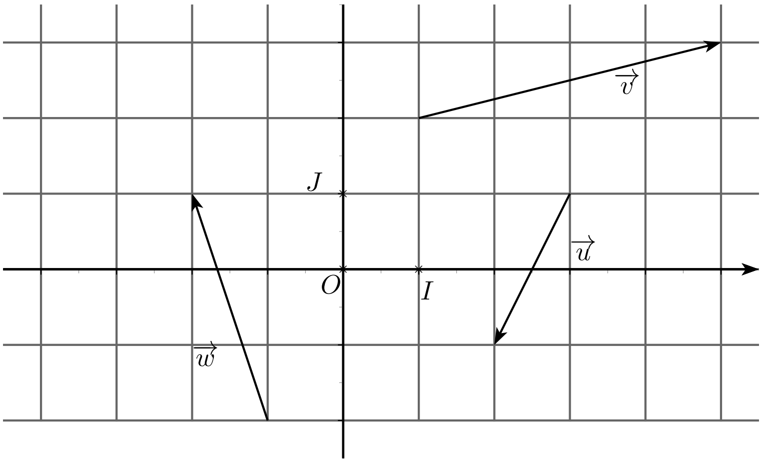
Vecteurs et coordonnées

Définition:
Dans un repère (O, I, J), les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u}$ sont celles du point M tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{u}$.

Exercice 1:
Dans le repère (O, I, J), ci-dessous :



1. Placer les points M, N et P tels que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{w}$.
2. En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$.

Théorème:
Dans un repère (O, I, J), on a $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $(x_B - x_A; y_B - y_A)$.

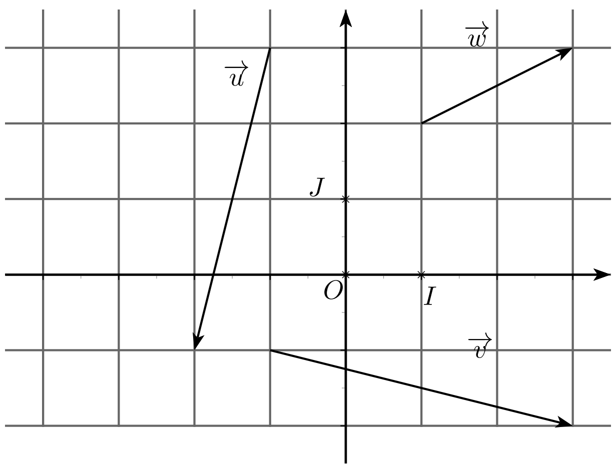
Exercice 2:
Dans un repère (O, I, J) du plan, soit $A(-2; -3)$, $B(-5; 1)$ et $C(2; -3)$.
1. Placer les points A, B et C.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Propriété:
Dans un repère (O, I, J), les vecteurs $\overrightarrow{u}(x; y)$ et $\overrightarrow{v}(x'; y')$ sont égaux si et seulement si $x = x'$ et $y = y'$.

Exercice 3:
Dans un repère (O, I, J) du plan, soit $A(3; 5)$, $B(2; -4)$, $C(1; 7)$ et $D(0; -2)$.
1. Placer les points A, B, C et D.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$.
3. En déduire la nature du quadrilatère $ABDC$.

Théorème:
Dans un repère (O, I, J), on a $\overrightarrow{u}(x; y)$ et λ un nombre réel alors les coordonnées du vecteur $\lambda\overrightarrow{u}$ sont $(\lambda x; \lambda y)$.

Exercice 4:
Dans le repère (O, I, J), ci-dessous :
1. Déterminer les coordonnées de vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$.
2. Tracer les vecteurs $\frac{1}{4}\overrightarrow{u}$, $-\frac{1}{2}\overrightarrow{v}$ et $2\overrightarrow{w}$ et déterminer leurs coordonnées.

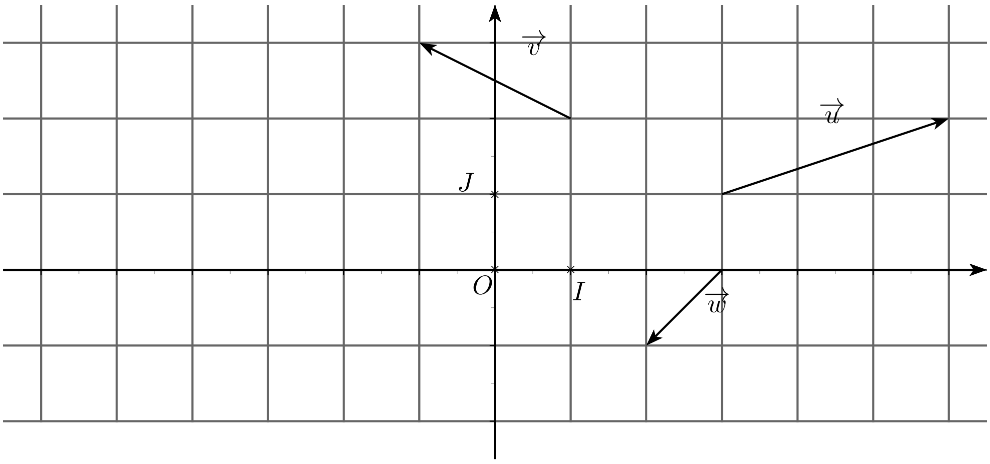


Théorème:
Dans un repère (O, I, J), on a $\overrightarrow{u}(x; y)$ et $\overrightarrow{v}(x'; y')$ alors :

$$\text{les coordonnées du vecteur } \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} \text{ sont } (x + x'; y + y').$$

Exercice 5:
Dans le repère (O, I, J), ci-dessous :

1. Déterminer les coordonnées de vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$.
2. Tracer les vecteurs $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$, $-\dfrac{3}{2}\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$ et $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{w}$ et déterminer leurs coordonnées.



Théorème:
Dans un repère (O, I, J), on a $\overrightarrow{u}(x; y)$ et $\overrightarrow{v}(x'; y')$ alors :

$$\overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ sont colinéaires si et seulement si } xy' - x'y = 0$$

Exercice 6:
Dans le repère (O, I, J), on a $A(-5; 3)$, $B(-3; 2)$ et $C(1; 0)$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
3. Déterminer le réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Théorème:
Dans un repère (O, I, J), on a $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors les coordonnées du milieu du segment $[AB]$ sont :

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Exercice 7:
Dans le repère (O, I, J), on a $A(8; 9)$, $B(3; 5)$ et $C(-5; -5)$.

1. Déterminer les coordonnées de N milieu de $[AB]$.
2. Déterminer les coordonnées de P milieu de $[NC]$.