Chapitre 10: Fluctuation d'échantillonnage

1 Simulation

Définition:
*Une **expérience aléatoire** est une expérience que l'on peut reproduire dans les mêmes conditions et dont on connait à priori tous les résultats (ou issues) possibles, sans pouvoir dire avec certitude le résultat qui se produira.*

Exemple:
Lancer un dé à six faces !

2 Échantillonnage

Définition:
*Lorsque l'on répète plusieurs fois la même expérience aléatoire, la distribution des fréquences des issues varie. On parle de **fluctuation d'échantillonnage**.*

Exemple:
Réaliser deux fois l'expérience « Lancer cent fois de suite un dé à six faces ». On observe que les fréquences des issues varient.

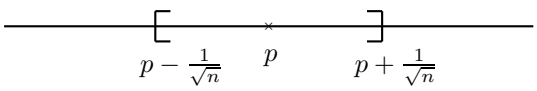
Issue	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Expérience 1						
Expérience 2						

3 Intervalle de fluctuation

Propriété:
Au sein d'une population, on connaît la proportion p des individus ayant un caractère donné. Parmi les échantillons de taille n extraits de cette population, la fréquence d'apparition f du caractère varie avec l'échantillon prélevé. On admet que, pour un échantillon de taille $n \geq 25$ et pour p compris entre $0,2$ et $0,8$, la fréquence d'apparition f observé appartient à l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

*avec une probabilité d'au moins $0,95$. Cet intervalle est appelé l'**intervalle de fluctuation au seuil de** 95%.*



- *Si la fréquence observée f du caractère est en dehors de l'intervalle de fluctuation, on rejette l'échantillon avec une erreur au seuil de 5%.*
- *Si la fréquence observée f du caractère est dans l'intervalle de fluctuation, on on valide l'échantillon au seuil de 95%.*

$\Rightarrow$ *Ainsi dans 5% des cas, la décision prise (rejet ou validation) risque d'être incorrect.*

Exemple:
La fréquence théorique d'apparition d'un nombre multiple de 3 est $p = \dfrac{1}{3} \simeq 0,33$.

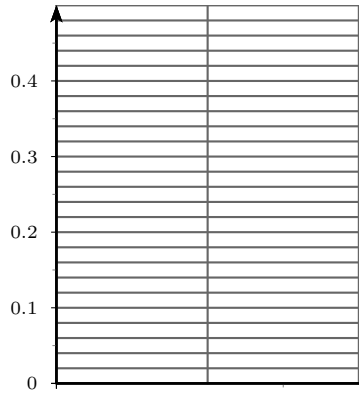
On réalise deux fois l'expérience « Lancer cent fois de suite un dé à six faces ». On obtient deux échantillons de taille 100.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Issue	*multiple de 3*
Expérience 1	
Expérience 2	

L'intervalle de fluctuation pour ces deux échantillons de taille 100 *est*

$$\left[0,33-\frac{1}{\sqrt{100}};0,33+\frac{1}{\sqrt{100}}\right]=[\quad;\quad]$$



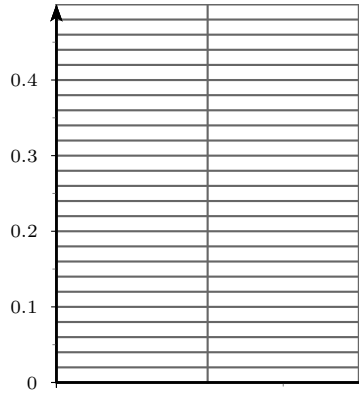
On réalise deux fois l'expérience « Lancer 1000 fois de suite un dé à six faces ». On obtient deux échantillons de taille 1000.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Issue	*multiple de 3*
Expérience 3	
Expérience 4	

L'intervalle de fluctuation pour ces deux échantillons de taille 1000 *est*

$$\left[0,33-\frac{1}{\sqrt{1000}};0,33+\frac{1}{\sqrt{1000}}\right]=[\quad;\quad]$$



4 Intervalle de confiance

Définition:
Dans une population, on désire estimer la proportion inconnue p *d'un caractère donné. On étudie un échantillon de taille* n, $n \geq 25$. *Le caractère étudié apparait avec la fréquence* f, $0,2 \leq f \leq 0,8$. *On peut estimer que la proportion* p *du caractère dans la population totale est dans l'intervalle de confiance*

$$\left[f-\frac{1}{\sqrt{n}};f+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

avec une probabilité d'au moins $0,95$. *Dans* 5% *des cas, l'intervalle de confiance ne contient peut-être pas* p.