

Étude de la fonction inverse

1. Définition et propriétés

La fonction inverse est la fonction

$$f : x \mapsto \frac{1}{x}$$

- Déterminer le domaine de définition de la fonction inverse.
- Déterminer les images de -3 ; $-\frac{1}{2}$; $\frac{7}{5}$ et 10 par la fonction inverse.
- Tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction inverse.
 - Montrer que pour tout réel x non-nul, $f(-x) = -f(x)$.
 - En déduire que la représentation graphique de la fonction inverse admet un centre de symétrie.
- Conjecturer les variations de la fonction inverse.

Pour démontrer ces conjectures, on considère deux réels a et b tels que $a < b$ et on va étudier le signe de $f(a) - f(b)$.

- Factoriser $f(a) - f(b)$.
 - Pour a et b deux réels strictement négatifs, montrer que si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$.
 - Que peut-on en déduire ?
 - Pour a et b deux réels strictement positifs, montrer que si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$.
 - Que peut-on en déduire ?

2. Encadrement

- Sans effectuer de calcul :
 - Comparer les inverses de -2001 et -2003 .
 - Comparer les inverses de $0,001$ et $0,1$.
 - Comparer les inverses de -2 et 3 .
- Recopier et compléter en justifiant au préalable votre réponse :
 - Si $x > 7$ alors $\dots < \frac{1}{x} < \dots$
 - Si $x < -2$ alors $\dots < \frac{1}{x} < \dots$
- Déterminer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :
 - Si $x > 4$ alors $\frac{1}{x} > \frac{1}{4}$
 - Si $x < -3$ alors $\frac{1}{x} < -2$

3. Équations

- Tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction inverse.
 - Résoudre graphiquement les équations $\frac{1}{x} = 1$; $\frac{1}{x} = -1$ et $\frac{1}{x} = 0$.
- Résoudre algébriquement les équations $\frac{1}{x} = 1$; $\frac{1}{x} = -67$ et $\frac{1}{x} = 0$.
- Résoudre algébriquement l'équation $\frac{1}{x} = a$ selon les valeurs prises par le nombre réel a .

4. Inéquations

- Tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction inverse
 - Résoudre graphiquement les inéquations $\frac{1}{x} < 1$; $\frac{1}{x} \geq -1$ et $\frac{1}{x} > 2$.
- Résoudre algébriquement l'inéquation $\frac{1}{x} \leq 10$.
- Résoudre algébriquement l'inéquation $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{5}$.