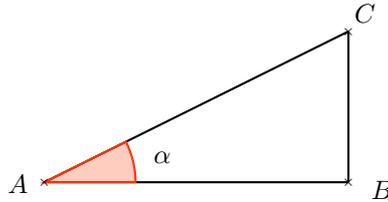


Chapitre 15: Trigonométrie

1 Rappels



On considère un triangle ABC rectangle en B et on note α la mesure en degrés de l'angle aigu \widehat{BAC} . On a alors :

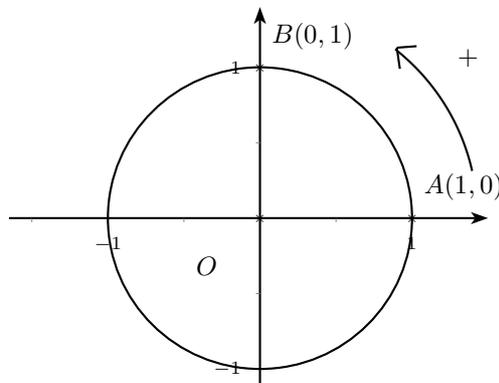
$$\cos\alpha = \frac{AB}{AC} \quad \text{et} \quad \sin\alpha = \frac{BC}{AC}$$

2 Le cercle trigonométrique

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Définition:

le cercle trigonométrique est le cercle \mathcal{C} de centre O et de rayon 1, sur lequel on choisit un sens de parcours appelé le sens direct.

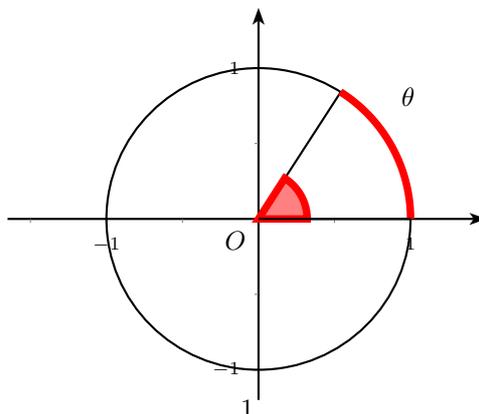


Ce cercle \mathcal{C} a pour périmètre 2π .

Définition:

Le radian est l'unité de mesure d'angle définie de la manière suivante :

Un angle de sommet O mesure θ radians lorsque la longueur de l'arc de \mathcal{C} qu'il intercepte est θ .



Les mesures des angles en degrés et en radians sont proportionnelles. Le périmètre du cercle \mathcal{C} est de 2π donc un angle de 360 degrés mesure 2π radians.

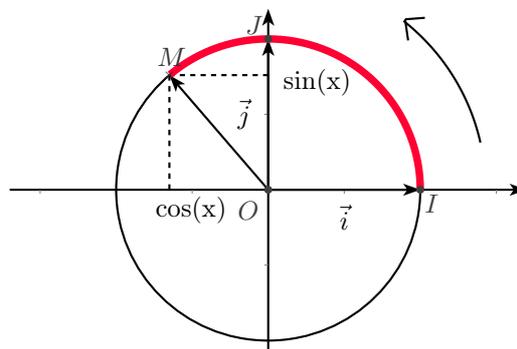
Mesure en degré	0	30	45	60	90	180	360
Mesure en radian							

3 Cosinus et sinus d'un nombre

On va maintenant définir le cosinus et le sinus de n'importe quel angle en radians. Pour cela, on établit une correspondance entre l'ensemble \mathbb{R} et les points du cercle trigonométrique.

3.1 Définition

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère le cercle trigonométrique \mathcal{C} de centre O et de rayon 1.



Soit $x \in \mathbb{R}$. En partant de I et en se plaçant sur \mathcal{C} , on parcourt un chemin de longueur $|x|$ en tournant :

- dans le sens positif si $x > 0$;
- dans le sens négatif si $x < 0$.

On aboutit ainsi à un point M de \mathcal{C} , associé de manière unique à x . On définit ainsi la fonction :

$$M : \begin{cases} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathcal{C} \\ x & \longmapsto & M(x) \end{cases}$$

Définition:

Le cosinus de x , noté \cos , est l'abscisse de $M(x)$ dans le repère.

Le sinus de x , noté \sin , est l'ordonnée de $M(x)$ dans le repère.

Exemple:

Pour $x = \frac{\pi}{2}$, on obtient $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

3.2 Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π
Mesure de l'angle en degré							
$\cos(x)$							
$\sin(x)$							

3.3 Propriétés

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$M(x) = M(x + 2\pi)$$

on en déduit que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\cos(x) = \cos(x + 2\pi) \quad \text{et} \quad \sin(x) = \sin(x + 2\pi)$$

De plus, comme $M(x)$ appartient au cercle trigonométrique,

$$-1 \leq \cos(x) \leq 1 \quad \text{et} \quad -1 \leq \sin(x) \leq 1$$

Enfin, en appliquant le théorème de Pythagore,

$$(\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 = 1$$