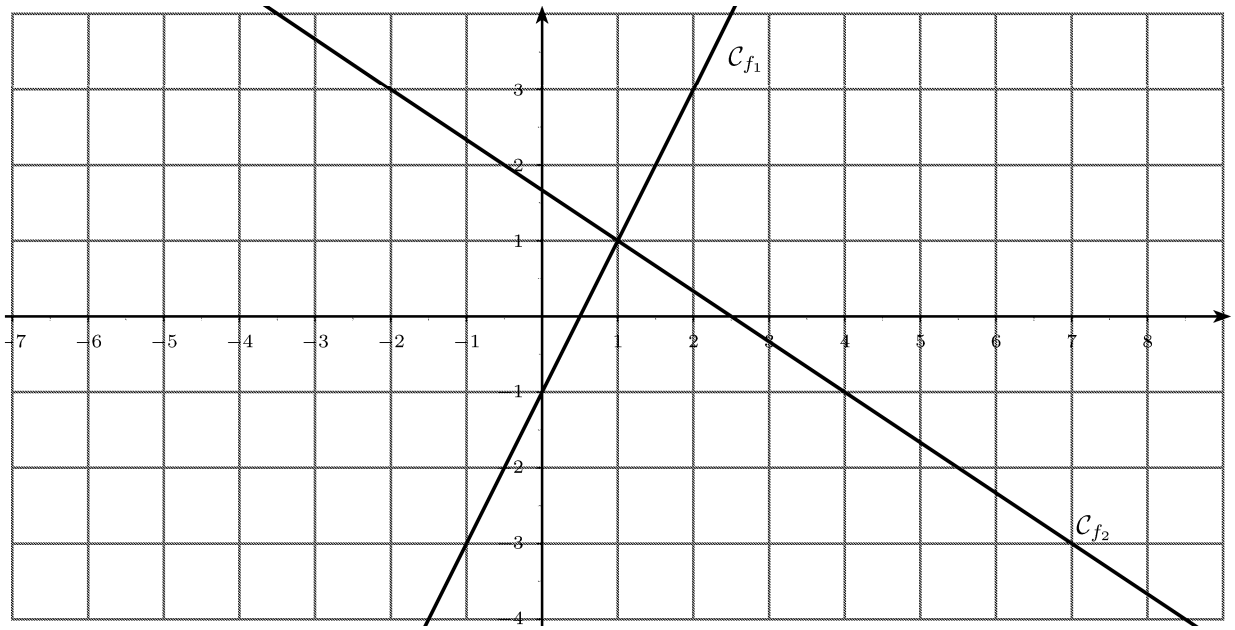
DEVOIR COMMUN - MATHEMATIQUES		
Enseignants : BERNARD F., GREAU D., LEDAUPHIN S. LEPICIER J.M., SECHER P. **Date** : 11/12/2013	**Nom** : **Prénom** : **Classe** :	**Note** :

Exercice 1: 12 points

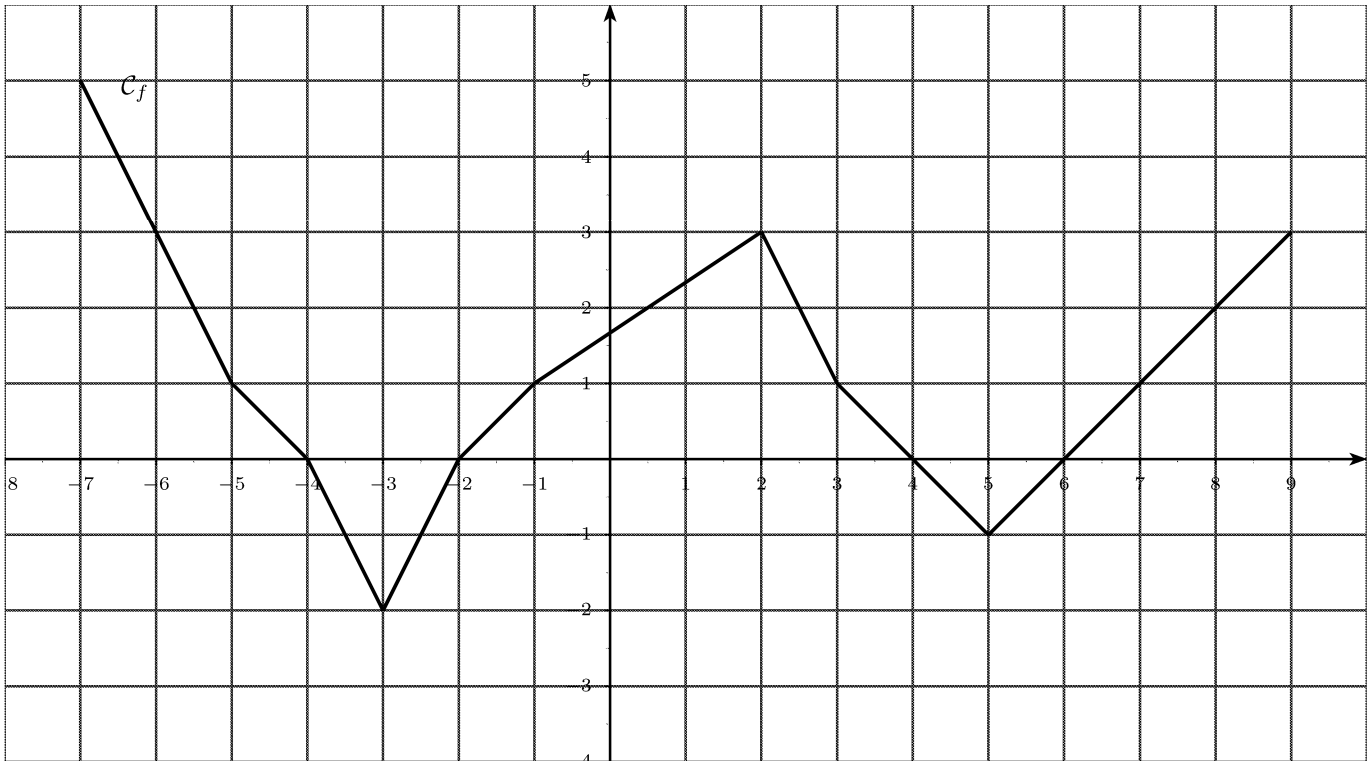
1. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(1) = 5$; $f(-2) = -3$ et $f(7) = 28$. f peut elle être affine ?
2. Soit g une fonction affine telle que $g(-4) = 1$ et $g(3) = -3$. Déterminer l'expression de g.
3. Déterminer une expression des fonctions affines f_1 et f_2 représentées ci-dessous : (on justifiera ses résultats)



4. On considère les fonctions f_3 et f_4 définies sur $\mathbb{R}$ par : $f_3(x) = \frac{1}{7}x - 2$ et $f_4(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.
   a. Déterminer les variations de f_4.
   b. Déterminer les possibles antécédents de 6 par la fonction f_4.
   c. Tracer sur le graphique ci-dessus les courbes représentatives des fonctions f_3 et f_4.
   d. Résoudre algébriquement l'inéquation $\frac{1}{7}x - 2 \geqslant 0$.
   e. Déterminer suivant les valeurs de x le signe de $f_3(x)$.
5. Déterminer, suivant les valeurs de x, le signe des expressions suivantes :
   a. $3x - 1$
   b. $5 - 2x$

Exercice 2: 12 points

Le dessin ci-dessous est une courbe C représentative d'une fonction f.



En regardant le dessin ci-dessus répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. Quelle est l'image de 2 par f ?
3. Quels sont les antécédents de 1 par f ?
4. A combien est égal $f(5)$?
5. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$.
6. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 3$.
7. Dresser le tableau de variation de f sur son domaine de définition.
8. Dresser le tableau de signe de f sur son domaine de définition.
9. Quel est le maximum de f sur $[-5; 3]$?
10. Quel est le minimum de f sur $[-5; 3]$?
11. Si x appartient à l'intervalle $[0; 8]$ à quel intervalle appartient $f(x)$?
12. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = -\frac{5}{16}x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{15}{4}$$

a. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau suivant :

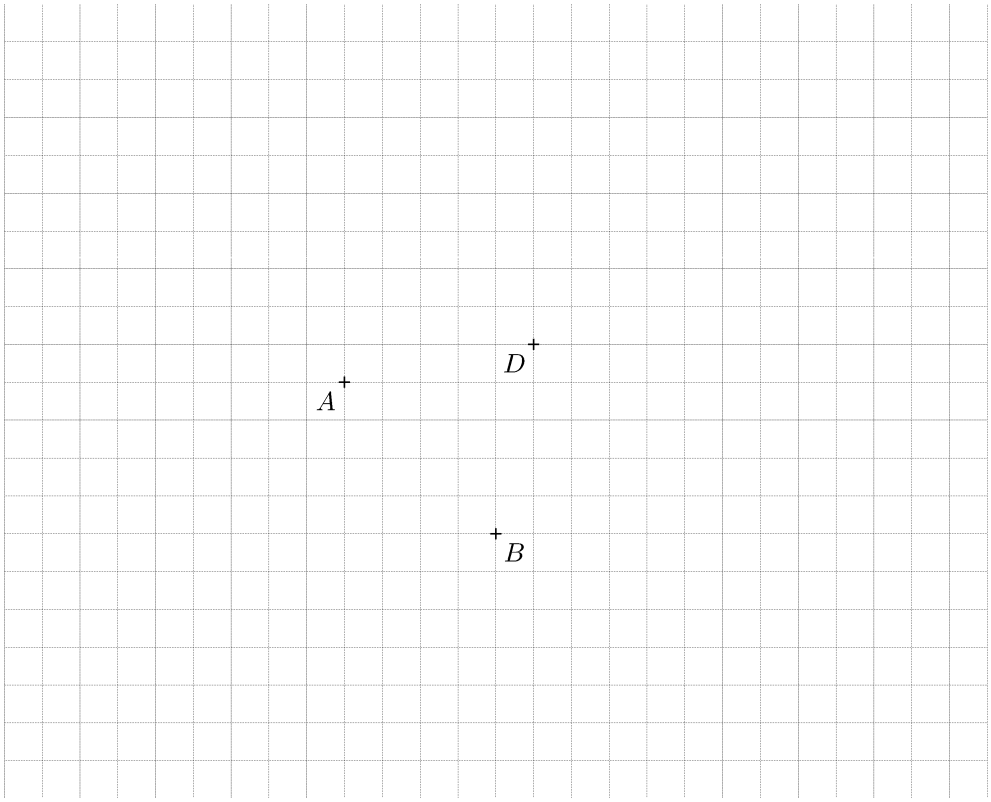
x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$g(x)$											

b. Faire la représentation graphique de g sur le repère ci-dessus.

c. Résoudre graphiquement l'équation $g(x) > f(x)$ sur $[-7; 9]$.

Exercice 3: 6 points

On considère le dessin ci-dessous.



1. a. Placer le point C tel que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
   b. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.
2. Placer les points E et F tels que $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.
3. Démontrer que $\overrightarrow{EC} = -2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$.
4. Les points E, C et F sont-ils alignés ?

Exercice 4: 10 points

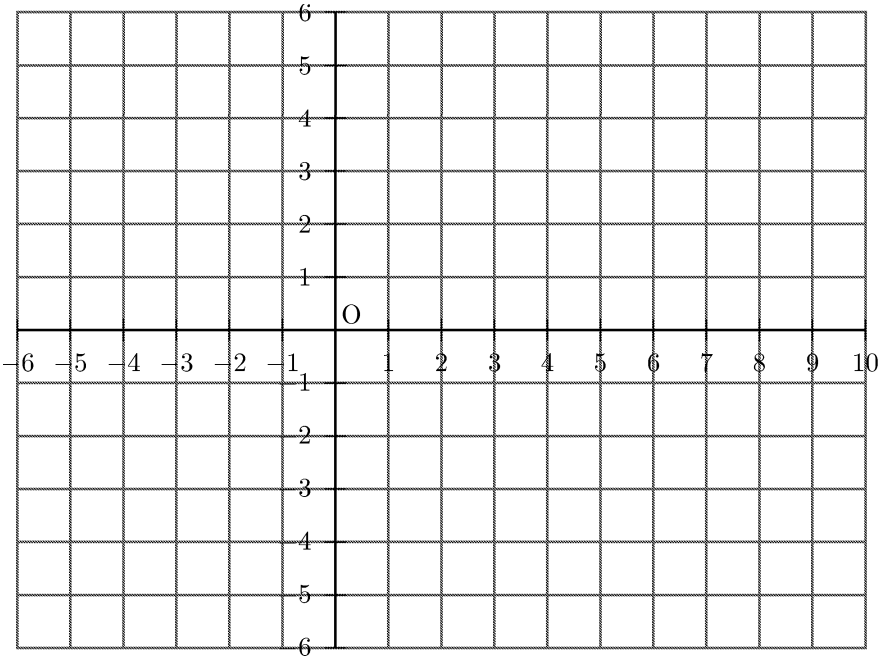
1. Soient les points suivants définis dans un repère orthonormé d'origine O :

$$A(2;4)\,;\ B(-1;-2)\,;\ C(3;0)\,;\ D(-2;-4)\,;\ E(4;5)$$

   Placer les points sur la figure ci dessous.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs suivants :

$$\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BC},\ \overrightarrow{OA},\ \overrightarrow{AE} \text{ et } \overrightarrow{DO}$$

3. Indiquer deux vecteurs égaux. Que peut-on en déduire ?
4. Calculer $2\overrightarrow{OB}$, en déduire $\overrightarrow{OB}$ en fonction de $\overrightarrow{OD}$. Que peut-on en déduire ?
5. Les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont-ils colinéaires ? Que peut-on en conclure ?
6. Les vecteurs $\overrightarrow{OD}$ et $\overrightarrow{OA}$ sont-ils colinéaires ? Que peut-on en conclure ?
7. Déterminer par le calcul les coordonnées du point F tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.



CORRIGE DU DEVOIR COMMUN - MATHEMATIQUES

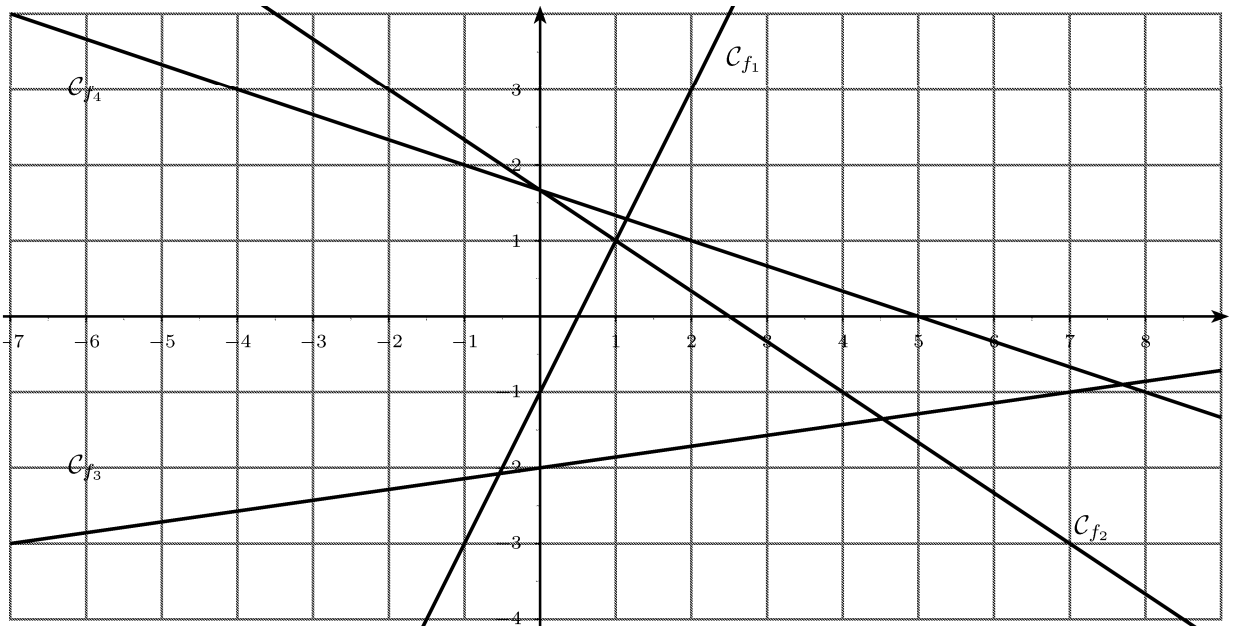
Exercice 1: 12 points

1. $1,5$ $\dfrac{f(-2)-f(1)}{-2-1}=\dfrac{8}{3}$ et $\dfrac{f(7)-f(1)}{7-1}=\dfrac{23}{6}$ donc f ne peut pas être affine.
2. $1,5$ g est une fonction affine donc $g(x)=ax+b$. De plus $g(-4)=1$ et $g(3)=-3$ donc on obtient le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{ll} -4a+b=1 & L_1 \\ 3a+b=-3 & L_2 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{ll} -4a+b=1 & L_1 \\ 7a=-4 & L_2-L_1 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{c} -4\times\left(-\dfrac{4}{7}\right)+b=1 \\ a=-\dfrac{4}{7} \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l} b=-\dfrac{9}{7} \\ a=-\dfrac{4}{7} \end{array}\right.$$

On en déduit que $g(x)=-\dfrac{4}{7}x-\dfrac{9}{7}$.

3. $2\times(0,5+1)$ Par lecture graphique, on obtient que $f_1(x)=2x-1$ et $f_2(x)=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{5}{3}$



4. a. $2\times0,25$ f_4 est une fonction affine avec $a=-\dfrac{1}{3}<0$ donc f_4 est décroissante sur $\mathbb{R}$.

   b. 1 $f_4(x)=6\iff-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}=6\iff x=13$

   c. 2×1 Voir ci-dessus.

   d. $0,5$ $\dfrac{1}{7}x-2\geq0\iff\dfrac{1}{7}x\geq2\iff x\geq14$ donc $\dfrac{1}{7}x-2\geq0$ sur $[14;+\infty[$

   e. $0,5$ On en déduit que $f_3(x)\leq0$ sur $]-\infty;14]$ et $f_3(x)\geq0$ sur $[14;+\infty[$. On peut résumer cela dans le tableau de signe ci-dessous :

x	$-\infty$	14	$+\infty$
$f_3(x)$	-	0	$+$

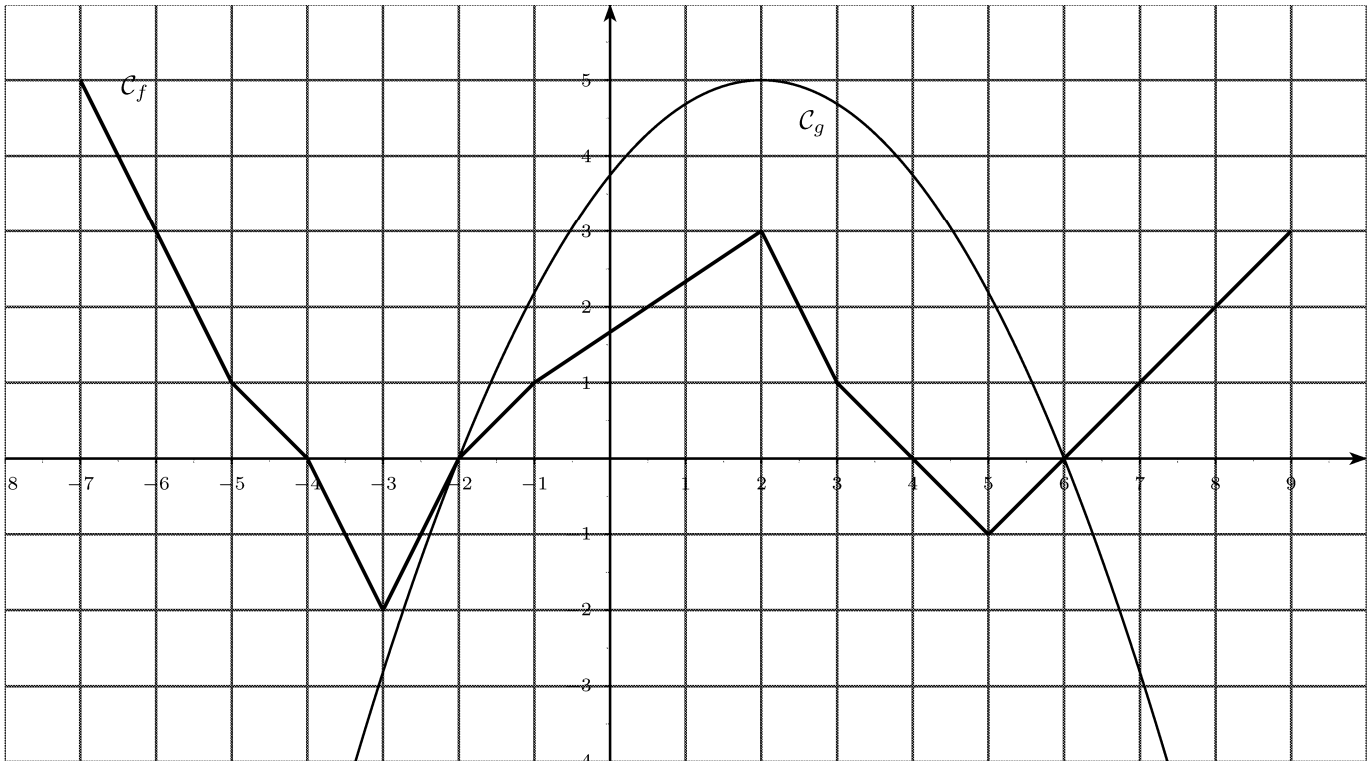
5. a. $0,75$ $3x-1$ est une fonction affine avec $a=3$ et $b=-1$ donc $-\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{3}$ d'où :

x	$-\infty$	$\dfrac{1}{3}$	$+\infty$
$3x-1$	-	0	$+$

   b. $0,75$ $5-2x$ est une fonction affine avec $a=-2$ et $b=5$ donc $-\dfrac{b}{a}=\dfrac{5}{2}$ d'où :

x	$-\infty$	$\dfrac{5}{2}$	$+\infty$
$5-2x$	$+$	0	-

Exercice 2: 12 points



1. $0,5$ f est définie sur $\lfloor -7;9]$.
2. $0,25$ $f(2)=3$
3. $4\times 0,25$ 1 admet -5, -1, 3 et 7 pour antécédents par la fonction f.
4. $0,25$ $f(5)=-1$
5. $3\times 0,25$ $f(x)=3$ pour $x\in\{-6;2;9\}$.
6. 1 $f(x)\leq 3$ pour $x\in\lfloor -6;9$
7. $1,5$ Tableau de variation de f :

x	-7		-3		2		5		9
$f(x)$	5	↘	-2	↗	3	↘	-1	↗	3

8. $1,5$ Tableau de signe de f :

x	-7		-4		-2		4		6		9
$f(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	

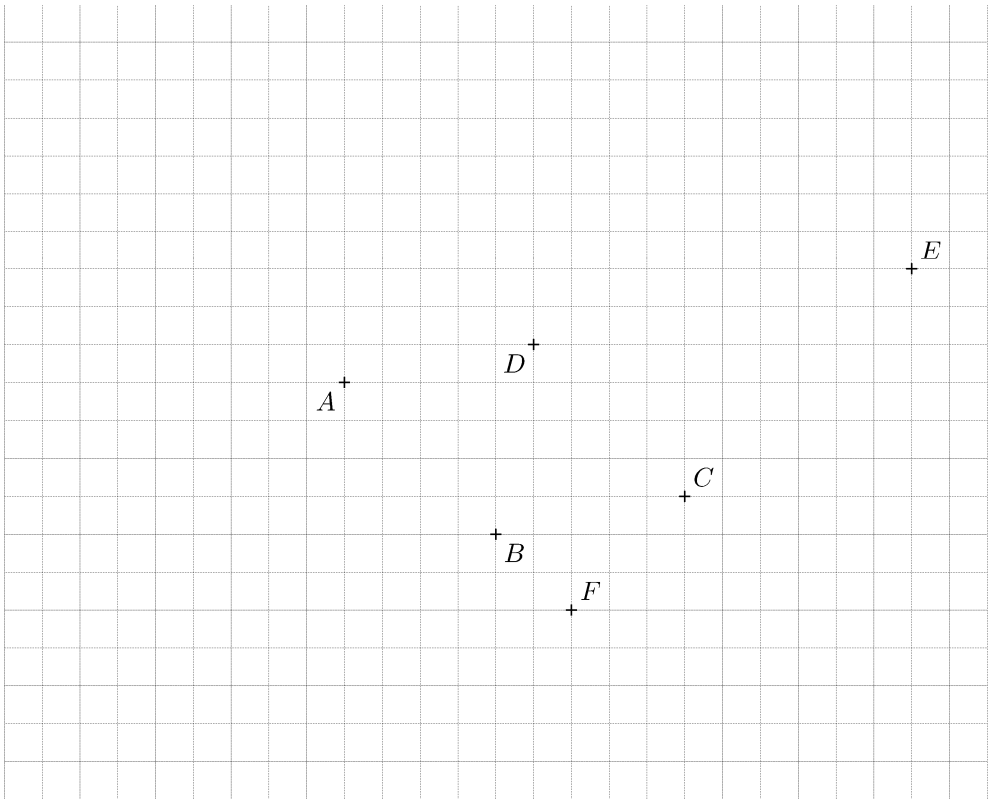
9. $2\times 0,25$ Le maximum de f sur $[-5;3]$ est 3 et il est atteint en $x=2$.
10. $2\times 0,25$ Le minimum de f sur $[-5;3]$ est -2 et il est atteint en $x=-3$.
11. $0,75$ Pour $x\in[0;8]$, $f(x)\in[-1;3]$.
12. a. $1,5$ Tableau :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$g(x)$	-2,8125	0	2,1875	3,75	4,6875	5	4,6785	3,75	2,1875	0	-2,8125

b. 1 Voir ci-dessus.

c. 1 $g(x)>f(x)$ pour $x\in]-2;6[$.

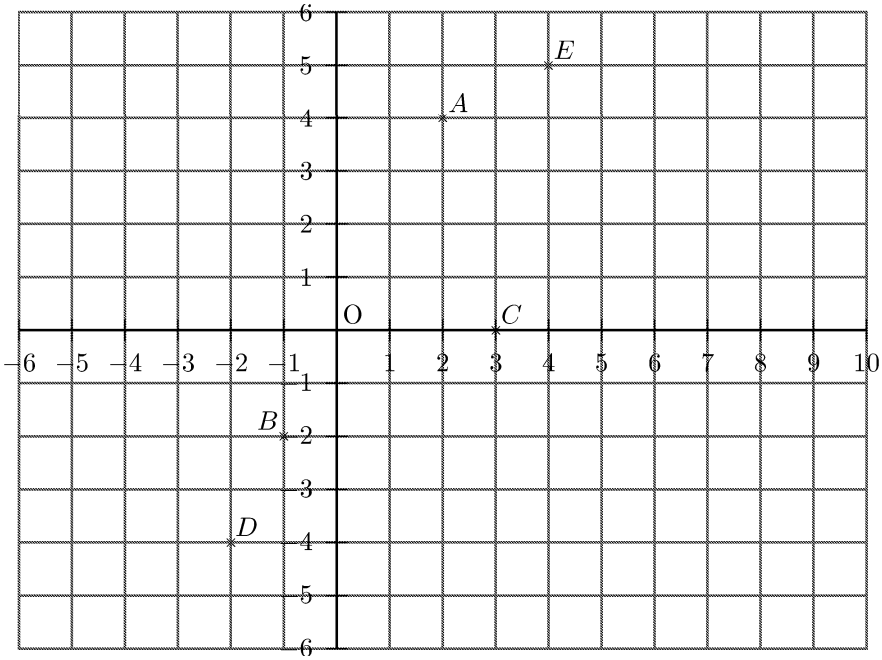
Exercice 3: 6 points



1. a. $0,5$ Voir ci-dessus.
   b. $1,5$ D'après la règle du parallélogramme, $ABCD$ est un parallélogramme.
2. $1+1$Voir ci-dessus.
3. 2 D'après la relation de Chasles,
$$\begin{aligned}\overrightarrow{EC} &= \overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}\\ &= 2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\\ &= 2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}\\ &= -2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}\end{aligned}$$
4. 1 $\overrightarrow{EC}=2\overrightarrow{CF}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{CF}$ sont colinéaires d'où les points E, C et F sont alignés.

Exercice 4: 10 points

1. $5 \times 0,25$ Placer les cinq points.



2. $5 \times 0,5$ $\overrightarrow{AB}(-3;-6)$; $\overrightarrow{BC}(4;2)$; $\overrightarrow{OA}(2;4)$; $\overrightarrow{AE}(2;1)$; $\overrightarrow{DO}(2;4)$
3. $0,5+0,5$ $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OA}$ (mais aussi et si les coordonnées ont été calculées : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{OB}$) donc O milieu de $[AD]$
4. $3 \times 0,5$ $2\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$, donc B milieu de $[OD]$
5. $0,5+0,5$ Les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires donc les droites (BC) et (AE) sont parallèles.
6. $0,5+0,5$ Les vecteurs $\overrightarrow{OD}$ et $\overrightarrow{OA}$ sont colinéaires donc les points O, D et A sont alignés.
7. $1,75$ Soit $F(x;y)$ tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$. Comme $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}(-6;-6)$, on a :

$$\begin{cases} x - x_A &= -6 \\ y - y_A &= -6 \end{cases} \iff \begin{cases} x &= -4 \\ y &= -2 \end{cases}$$

donc $F(-4;-2)$