

Devoir maison 5

Exercice 1:

2 points

Simplifier les expressions suivantes où $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$.

1. $\frac{a^1(b^2)^3}{a^{-2}b^{10}} \times b^5$

2. $\frac{(b^2(a^{-3})^3)^2}{a^{-1}(ab)^4}$

Exercice 2:

5 points

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $(2x - 1)(5 - 3x) < 0$

2. $(x - 5)^2 - (3 + 2x)^2 \geq 0$

Exercice 3:

13 points

1. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2 \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$.

 a. Calculer l'image de $\frac{3}{2}$ par la fonction f .

 b. Montrer que pour tout réel x , $f(x) = -2(x - 2)(x + 1)$

 c. En déduire les antécédents de 0 par la fonction f .

 d. Déterminer le signe de la fonction f .

 e. Tracer la courbe C_f de la fonction f pour $x \in [-2; 3]$.

 f. Par lecture graphique, donner les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .

 g. En déduire les extremums de la fonction f sur \mathbb{R} .

2. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x + 2$

 a. Déterminer la nature de la fonction g .

 b. Tracer la courbe Δ de la fonction g pour $x \in [-2; 3]$ dans le même repère.

 3. On va étudier les positions relatives de C_f et Δ :

 a. Montrer que pour tout réel x , $f(x) - g(x) = -2(x - 1)(x + 1)$

 b. En déduire les points d'intersections de C_f et Δ .

 c. Étudier le signe de $-2(x - 1)(x + 1)$ sur \mathbb{R} .

 d. En déduire les positions relatives de C_f et Δ .